



TITLE:

電磁波問題を対象としたマルチフ  
ィジックストポロジー最適化(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

野村, 壮史

---

CITATION:

野村, 壮史. 電磁波問題を対象としたマルチフィジックストポロジー最  
適化. 京都大学, 2008, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2008-03-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r12205>

RIGHT:

電磁波問題を対象とした  
マルチフィジックストポロジー最適化

野村 壮史

電磁波問題を対象としたマルチフィジックスロボロジー最適化

野村 壮史

電磁波問題を対象とした  
マルチフィジックストポロジー最適化

2008 年 2 月

野村 壮史

幸子, 春奈, 由夏へ

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	研究の背景 . . . . .	1
1.2	電磁波問題最適化の歴史 . . . . .	2
1.3	研究の目的と論文の構成 . . . . .	4
	参考文献 . . . . .	5
<b>第 2 章</b>	<b>トポロジー最適化の考え方と方法</b>	<b>9</b>
2.1	設計空間の緩和と設計変数の設定 . . . . .	9
2.2	材料分布の連続性を考慮した設計空間の緩和 . . . . .	14
	参考文献 . . . . .	14
<b>第 3 章</b>	<b>実装方法</b>	<b>17</b>
3.1	最適化アルゴリズム . . . . .	17
3.2	数値的不安定性問題 . . . . .	19
3.3	数値解析手法および感度解析手法 . . . . .	23
	参考文献 . . . . .	29
<b>第 4 章</b>	<b>スカラー解析による二次元電磁波問題への適用</b>	<b>31</b>
4.1	はじめに . . . . .	31
4.2	定式化 . . . . .	32
4.3	実装 . . . . .	36
4.4	数値例 . . . . .	38
4.5	まとめ . . . . .	42
	参考文献 . . . . .	43
<b>第 5 章</b>	<b>ベクトル解析による三次元電磁波問題への適用</b>	<b>47</b>
5.1	はじめに . . . . .	47
5.2	定式化 . . . . .	48
5.3	実装 . . . . .	51
5.4	実験による妥当性検討 . . . . .	52
5.5	混合パルスを用いた数値例 . . . . .	59
5.6	まとめ . . . . .	65
	参考文献 . . . . .	67

<b>第 6 章</b>	<b>マルチフィジックス問題への適用</b>	<b>69</b>
6.1	はじめに . . . . .	69
6.2	定式化 . . . . .	70
6.3	実装 . . . . .	75
6.4	電磁波問題と構造力学問題におけるパレート解 . . . . .	78
6.5	製造を考慮したマルチフィジックス問題への適用 . . . . .	82
6.6	まとめ . . . . .	89
	参考文献 . . . . .	91
<b>第 7 章</b>	<b>結論</b>	<b>93</b>
	謝辞	97
	出版	99
	関連論文 . . . . .	99
	関連国際会議発表 . . . . .	100
	関連国内発表 . . . . .	100
	その他の論文 . . . . .	101
	その他の国際会議発表 . . . . .	101

# 图目录

1.1	Classes of structure optimization . . . . .	2
2.1	Extended design domain . . . . .	9
2.2	Homogenization design method . . . . .	10
2.3	Two dimensional orthotropic microstructure (square unitcell) . . . . .	10
2.4	Three dimensional orthotropic microstructure (cubic unitcell) . . . . .	11
2.5	Two dimensional isotropic microstructure (hexagonal unitcell) . . . . .	11
2.6	Truncated octahedron cells on periodic space filling layout . . . . .	13
2.7	Three dimensional isotropic microstructure (truncated octahedron unitcell) . . . . .	13
3.1	Triangular element with six nodal points . . . . .	24
3.2	Yee cell. . . . .	26
4.1	Analysis and design domain settings . . . . .	33
4.2	Evaluation area for the transmission coefficient $ S_{21} $ . . . . .	35
4.3	Triangular element with six nodal points . . . . .	37
4.4	Optimal configurations obtained by the objective function in Eq. (4.11) . . . . .	38
4.5	Optimal configurations obtained by the objective function in Eq. (4.12) . . . . .	39
4.6	Wave cancellation mechanism of vertically aligned structure . . . . .	40
4.7	Iteration histories of $ S_{21} $ obtained by the objective function in Eq. (4.11) . . . . .	41
4.8	Iteration histories of $ S_{21} $ obtained by the objective function in Eq. (4.12) . . . . .	42
4.9	Optimal configurations for various incident angles of $\theta$ . . . . .	43
4.10	Optimal configuration obtained by simultaneous various input angles . . . . .	44
4.11	Comparison of Eq. (4.19) and (4.20) being considered and not considered . . . . .	44
5.1	Analysis model of dielectric resonator antenna. . . . .	49
5.2	Detailed illustration of coaxial cable model. . . . .	50
5.3	Flowchart of optimization algorithm . . . . .	51
5.4	Reflection characteristics of initial rectangular dielectric resonator antenna. . . . .	52
5.5	Distribution of relative dielectric constant of designed dielectric resonator antenna. . . . .	53
5.6	Reflection coefficient $ S_{11} $ and bottom view of designed structure. . . . .	54
5.7	Convergence history of the objective function. . . . .	54
5.8	Frequency characteristics of input and reflection pulse of optimally designed antenna. . . . .	55



5.9	Electric field amplitude distribution of designed dielectric resonator antennas. . . . .	56
5.10	Pattern of designed dielectric resonator antenna. . . . .	57
5.11	Three dimensional CAD data of designed dielectric resonator antenna. . . . .	58
5.12	Fabricated dielectric resonator antenna. . . . .	58
5.13	Measured reflection characteristics of fabricated rectangular and optimally designed dielectric resonator antenna. . . . .	58
5.14	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 1 (Case A-1). . . . .	60
5.15	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 2 (Case A-2). . . . .	60
5.16	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 3 (Case A-3). . . . .	61
5.17	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 4 (Case A-4). . . . .	61
5.18	Power spectra of input pulses. (a) Peak frequency 5.0GHz without subcutoff pulse (Case B). (b) Peak frequency 5.0GHz plus peak frequency 3.5GHz subcutoff pulse (Case C). . . . .	62
5.19	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration without subcutoff pulse (Case B). . . . .	63
5.20	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration with two input pulses (Case C). . . . .	63
5.21	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-1. . . . .	64
5.22	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-2. . . . .	64
5.23	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-3. . . . .	65
5.24	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case E-1. . . . .	66
5.25	Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case E-2. . . . .	66
6.1	Threedimensional isotropic unitcell . . . . .	70
6.2	DRA analysis model . . . . .	71
6.3	DRA design for injection molding . . . . .	73
6.4	Invalid structure . . . . .	73
6.5	Example of three-dimensional isotropic microstructure meshmodel ( $r = 0.25, 0.75, 0.95$ ) . . . . .	76
6.6	Relationship between regularized density and Lamé's constants . . . . .	76
6.7	Yee cell and design variable layout . . . . .	77
6.8	Pareto solutions . . . . .	79
6.9	Relation of objective functions, grayscale ratio $G$ and weighting factor $w$ . . . . .	80

6.10	Reflection coefficient of optimal solution . . . . .	81
6.11	Optimal configuration and horizontal cross-sections when $w=0$ (only mean compliance considered) . . . . .	81
6.12	Optimal configuration and horizontal cross-sections when $w=0.03$ . . . . .	82
6.13	Normalized amplitude of electric field at resonance frequencies . . . . .	83
6.14	Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case A. $F=0.500781$ , $\bar{F}=0.193472$	85
6.15	Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case B. $F=0.537008$ , $\bar{F}=0.191457$	86
6.16	Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case C. $F=0.558747$ , $\bar{F}=0.189531$	87
6.17	Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case D. $F=0.645077$ , $\bar{F}=0.209906$	88
6.18	Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case E. $F=0.449671$ , $\bar{F}=0.183686$	89
6.19	Virtual crosssection of optimal configuration of Case E . . . . .	90
6.20	Convergence history of objectives and constraints . . . . .	90



# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究の背景

近年、自動車設計における電磁界を対象とした設計の重要性は、増してきている。その理由は多く分けて二つある。ひとつは、従来は自動車の動力源が内燃機関のみであったのに対し、近年になり、ハイブリッド車、EV、燃料電池車のように、電気モーター利用が重要視されてきていることがあげられる。そして、もうひとつの理由としては、電磁波利用技術の発達があげられる。

近年の無線通信技術の発達に伴い、大容量の情報を迅速に伝達することが可能となってきた。自動車においては、ETC、GPS、VICS、デジタル放送などの多くの無線通信利用技術が利用されている。また、レーダー、タイヤ空気圧センサー、スイッチ操作のワイヤレス化など、リモートセンシングなどのための電波利用も増えている。そして、このような、電波による大容量通信、多目的利用を行うために、現状においても、一台の車両に 20 を超えるさまざまなアンテナが搭載される場合もある。しかしながら、車両の安全技術の高度化、インテリジェント化、ITS 技術の進歩によるさらなる電波利用の要求に対応するには、アンテナの数の増加には設置空間の制約から限界があり、アンテナの小型化・多機能化を目指した形状や構成の抜本的な見直しが必要となっている。このような複雑な設計問題に対し、電磁波問題を対象とした構造最適設計技術に期待がかかっている。

他方、アンテナや共振器などの高周波コンポーネントの性能を抜本的に向上する手法として、コンポーネントを構成する電磁材料に内部構造を設けることにより、小型化、性能の大幅な向上、更にはコンポーネントへの新しい性能の付加の可能性が期待されている [1, 2]。これら材料構造の設計は、通常、設計者の経験に基づく理論的考察から行われているが、この方法では、常に所望の特性値をもつ構造を創成することは難しい。この問題を解決する手法として、電磁界数値解析と数理計画法 [3] や発見的最適化 [4, 5, 6] を組み合わせた最適化手法に関する研究が行われてきた。これら方法のほとんどは初期形状があらかじめ与えられており、その形状を調整するために、形状モデル内のいくつかの寸法や定数を設計変数として指定して最適解を求めるものであり、実用的な手法ではあるが、新規の構造を創成することは難しい。一方、遺伝的アルゴリズム (GA) などの発見的最適化をレイアウト最適化に用い、より創発的な設計解を得る研究も行なわれているが [7, 8, 9]、設計変数に対して計算負荷が膨大であること、ゆえに三次元形状の最適化が難しいことなど問題を抱えている。それに対して、初期解としての幾何情報は与えずに、白紙の状態から、力学的根拠に基づいて所望の特性値をもつ構造を設計する方法として、トポロジー最適化の利用が考えられる [10]。

最適設計は、1960 年代の寸法最適化に始まり、1970 年代の形状最適化の研究を経たのち、1980 年代以降のトポロジー最適化研究へ発展してきた (Fig. 1.1)。寸法最適化は文字どおり指定した複数箇所の寸法を設計変

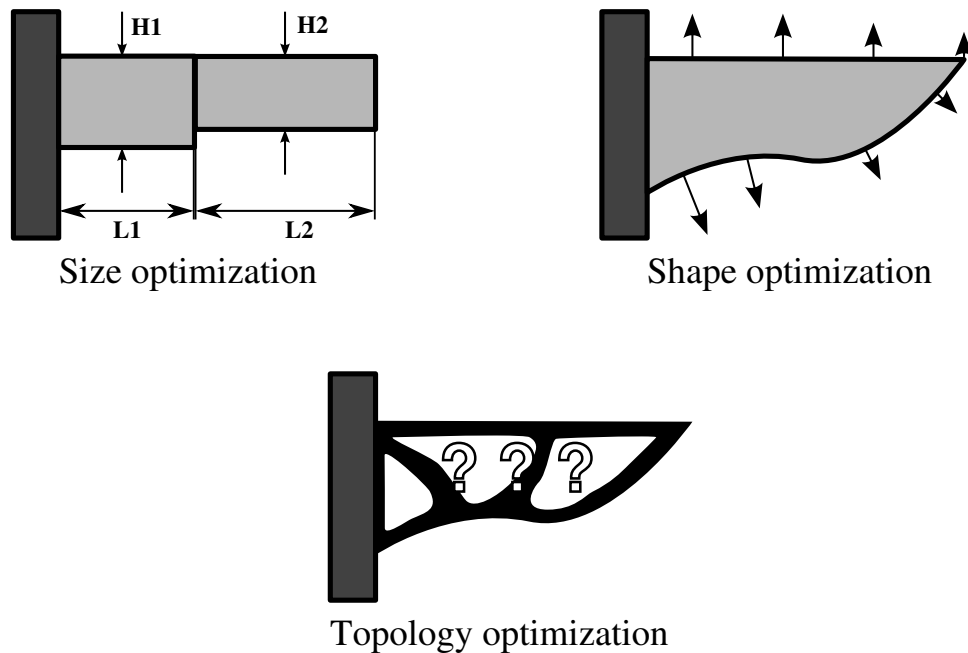


図 1.1 Classes of structure optimization

数とし、それらの最適値を求めるものである。形状最適化は、設計対象を構造物の外形形状、すなわち構造物の表面とし、その最適な形状を求める考え方である。ここで、最適化過程において、構造物の表面は移動するのみであり、消滅や結合、あるいは構造内部に新たな表面が生まれるなどといった、構造物のトポロジーの変化につながる変更は起きない。これに対し、トポロジー最適化では、設計対象を取り囲む領域全体を無数の微小な穴を持つ構造物で満たしておき、その穴の形状や大きさ設計することにより、構造物を設計する。これにより、構造の表面と内部が分け隔てなく最適化の対象となり、初期解のトポロジーに依存しない最適形状がえられる。すなわち、形状と形態（トポロジー）を同時に最適化できるため、もっとも設計自由度の高い構造最適化手法であると言われている。

トポロジー最適化は、Bendsøe と Kikuchi が 1988 年に、構造力学問題を対象に均質化設計法として提唱して以来 [10]、さまざまな物理現象へ拡張されてきており、電磁波問題についても適用が研究されてきている。トポロジー最適化で剛性最大化の次に試みられた問題が振動問題であり、これが、電磁波問題をふくめた波動問題への適用への下地となっている。

ここで、電磁波問題の最適設計の発展について簡単に概観してみることにする。

## 1.2 電磁波問題最適化の歴史

電磁波問題は、電波と光の二つの観点から研究されており、工学的にも物理学的にも、重要な研究課題である。特に、近年の電波利用の発達を見ると、電波の工学的重要性は増す一方であることがわかる。また、光についても、近年のナノ加工技術の発達により波長オーダーの設計を実現できる状況が整いつつあるため、光の波動性を考慮した設計手法が重要性を増している。

電波も光も、Maxwell の方程式で記述でき、波長オーダーの寸法で見ると、両者とも電界、磁界という二

つのベクトル場が連成した波動現象として扱うことができる。そして、二次元スカラー解析により、問題を大きく単純化できるため、トポロジー最適化の電磁波問題への適用は、二次元スカラー解析についてはじめられた [11]。そして、近年、三次元ベクトル波動を対象としたトポロジー最適化研究例 [12] が報告されてきている。

### 1.2.1 スカラー解析に基づく最適化

電磁波問題は、電界、磁界のいずれかが、面外方向に分極した状態を考えると、その分極方向の電磁界の成分のみを未知数とすることができ、二次元問題として問題を大きく簡略化できる。この定式化をスカラー解析と呼ぶ。光導波路の設計では、スカラー解析が有用であり、数値解析も比較的簡単であることから、電磁波問題トポロジー最適化も、スカラー解析を用いた光領域での設計を中心に発展してきた。

電磁波問題へのトポロジー最適化の適用は、まず、周期境界内の固有値問題が対象となった。Cox らは、面外方向に分極したモードでのフォトニック結晶 [13] のバンド構造を対象に、材料配置最適化問題を研究した [14, 15]。Sigmund らは弾性波問題のバンド構造最適化をトポロジー最適化に基づき行った [16]。また、Burger らは、レベルセット法を用いた形状最適化によりフォトニック結晶のバンドギャップの最適化を試みている [17]。

波動問題では、Sigmund と Jensen は、弾性波問題による検討 [18, 19] の後、スカラー解析による電磁波問題トポロジー最適化を適用し、フォトニック結晶導波路設計問題において成功をおさめている [11, 20, 21]。現在、フォトニック結晶導波路を用いた光回路の実用には、トポロジー最適化が重要な役割を果たすことが期待されている [22]。

そのほかの、二次元スカラー解析によるトポロジー最適化の例としては、Frei らによるフォトニック結晶導波路終端の最適化 [23]、Tsuji らによるコアクラッド型光導波路不連続部最適化 [24]、Hirayama らによるマイクロ波導波路の不連続部の最適化 [25]、などがあげられる。また、最近の例では、Stainko らによるフォトニック結晶導波路の群速度最適化も試みられている [26]。

### 1.2.2 ベクトル解析に基づく最適化

従来、電磁界三次元ベクトル波動の数値解析は難しいとされてきたが、近年、コンピュータの高速大容量化による時間領域有限差分法 (The Finite Difference – Time Domain, 以下 FDTD 法)[27] の発達と、ベクトル形状関数を用いた有限要素の開発 [28] による有限要素法 (Finite Element Method, 以下 FEM) の発達により、三次元ベクトル解析も広く行われるようになってきている。これらの数値解析技術の発展に伴い、三次元ベクトル解析を用いたトポロジー最適化も可能となりつつある。

三次元のベクトル波動を扱うマイクロ波帯デバイスへの応用としては、2003 年に Kiziltas らが、密度法と有限要素境界積分法 (Finite Element Boundary Integration) を組み合わせて、マイクロストリップアンテナの広帯域化を目的にパッチアンテナの設計を行った [12] のが最初である。Kiziltas らは、周波数領域で定式化された有限要素法と、境界積分法を組み合わせた、有限要素–境界積分法 (Finite Element–Boundary Integration method, 以下 FE-BI) を用いトポロジー最適化を行った。小形パッチアンテナの高誘電率誘電体の基板部分を設計領域とし、動作周波数帯の反射係数を最小化し、広帯域設計するというものである。

そのほかには、解析領域が二次元であるがベクトル解析が必要な問題として、導波管断面のモード解析があげられる。Kinoshita らは、導波管断面のモード解析を用い、導波管内部誘電体断面最適設計を行った [29]。

### 1.2.3 周波数領域解析と時間領域解析

電磁界問題での数値解析手法としては、周波数領域解法と時間領域解法がある。それぞれ、代表的な解法として、有限要素法 (Finite Element Method, FEM) と時間領域有限差分法 (Finite Difference Time Domain Method, FDTD 法) がある。周波数領域であるか時間領域であるかは、定式化の違いによるものであり、数値解法とは独立である。したがって時間領域の有限要素法 (Finite Element – Time Domain, FE-TD) や、周波数領域の差分法 (Finite Difference – Frequency Domain) も可能である。前者は、主に非線形の電磁界解析に用いられ、後者は、光学の分野でしばしば用いられている。しかしながら、多くの場合、時間領域解析には、計算効率の面で有利な時間領域有限差分法が用いられ、周波数領域解析には、計算精度で有利な有限要素法が用いられる場合が多い。

従来の電磁界トポロジー最適化研究では、数値解析としては主に有限要素法が用いられてきた。これは、ひとつには、目的関数の感度を計算する際に、構造力学の分野で広く使われている有限要素法では、随伴変数法 (Adjoint Variable method, 以下, AVM) [30] を利用することで目的関数の感度を効率良く求められるためである。しかしながら、実際にトポロジー最適設計を用いて 三次元構造のアンテナなどの高周波コンポーネントを設計する場合を考えると、有限要素法のような周波数領域解析では、利用される周波数範囲において数値解析を何回も繰り返す必要があり、効率の高い計算手法が必要とされる。

最近のアンテナ設計では、数値解析手法としては、時間領域解法のため一回の数値計算で広帯域の周波数特性が求められることから計算効率の高い FDTD 法がよく用いられている。しかし、FDTD 法では AVM のような効率のよい感度解析方法がなかったためトポロジー最適化での利用はできなかった。

近年, Chung らにより, 時間領域有限要素法の考えを基に AVM の時間領域差分法への展開がなされ [31, 32], そして, Nikolova らにより, FDTD 法による AVM として提案され, 二次元導波管内部の導体形状に対する感度解析法と, その妥当性が示された [33]。また, Chung らによりテストケースとして時間領域差分法を用いた二次元のトポロジー最適化も試みられているが [34], 三次元高周波コンポーネントの最適設計については述べられていない。

## 1.3 研究の目的と論文の構成

研究の背景で述べたとおり, 自動車工学においても電磁波利用デバイスの重要性は増す一方である。そして, その抜本的性能向上手段として, 周期構造を利用した電磁材料が注目されている。また, 電磁波利用デバイス設計において, 車載を前提とした場合, 電磁界特性のみならず, 十分な剛性や耐熱性など, 機械部品としての基本特性を満足するように設計しなければならない課題もある。このような, 車載デバイスの設計問題は, 現時点でも非常に複雑であり, 今後複雑さを増していくことが予想される。このような事態に対し, 今後電磁界を中心としたマルチフィジックス設計手法が必要となる。

したがって, 本研究ではこのような状況に対し, 最適設計理論を活用し, 電磁波問題を中心としたマルチフィジックス設計手法の構築を目指す。本研究では, 電磁波問題の数値解析手法として, 二次元スカラー定式化による周波数領域有限要素法, および, 三次元ベクトル定式化に基づく時間領域有限差分法を, さらに, 構造力学解析のための有限要素法を組み合わせたマルチフィジックストポロジー最適化手法を構築する。そして, 提案手法の実験による検証, 実用化のための改良を行う。

本論文は七章で構成され, 次章以降の構成は以下の通りである。

第2章トポロジー最適化では、本研究で用いるトポロジー最適化について、その発展の歴史に触れながら説明する。まず、トポロジー最適化の本来の概念について説明し、最近の密度法研究への推移について述べる。そして、マルチフィジックス化を進めるにあたっての密度法の問題を指摘し、それを克服するために三次元等方性マイクロストラクチャを用いた均質化設計法を用いることを提案する。そして、これを有効に活用するための材料分布の連続性を考慮した設計空間の緩和法を紹介する。

第3章実装方法では、トポロジー最適化を実際に解くための計算手法について説明する。まず、最適解を導き出すための最適化アルゴリズムについて説明する。本研究ではすべての最適化に逐次線形計画法を用いる。それは、マルチフィジックス問題では、目的関数の特性を予測することができないため、できるだけ一般的な手法が好ましいと考えるからである。また、トポロジー最適化問題を解く上で、しばしば問題となる数値的不安定性の問題、チェッカーボード問題とグレースケール問題を説明する。また、最適化問題を解くために必要となる電磁波数値解析手法として、周波数領域有限要素法と時間領域有限差分法について説明し、またそれぞれについての随伴変数法による感度解析手法を説明する。

第4章スカラー解析による二次元電磁波問題への適用では、トポロジー最適化の電磁材料設計への適用可能性を検討する。これは、二次元スカラー定式化により、周波数領域の有限要素法をベースに行い、電磁波の斜入射特性を考慮した設計が可能な手法を構築する。そして、電磁波遮蔽材料マイクロストラクチャ設計を例に、周期構造の基本格子をあらかじめ制限しない設計手法として提案する。

第5章ベクトル解析による三次元電磁波問題への適用では、電磁波利用デバイス設計への適用可能性の検討のため、高効率な小形アンテナとして、近年注目されている誘電体共振器アンテナ (Dielectric Resonator Antenna, 以下 DRA と略す)[35] の構造設計を対象に、時間領域有限差分法を用いたトポロジー最適化を提案する。はじめに、得られた設計解を元に、DRA を試作し実験を行い、提案した手法の妥当性を確認する。つぎに、DRA 設計におけるグレースケール問題に従来法が無効なことを示し、それに変わる手法として、混合パルスを用いたグレースケール抑制法を提案する。

第6章マルチフィジックス問題への適用では、電磁波問題と構造力学問題の複合領域に関連する電磁波特性と機械特性の向上を目的とした新しい多領域多目的トポロジー最適設計法を構築する。そのために、マルチフィジックス問題において整合性の高い設計手法として、三次元等方性ユニットセルを用いた、材料の連続性を考慮した設計空間緩和法を採り入れた均質化設計法を提案する。そして、電磁波性能と車載などを前提とした機械的性能との両方を満足するアンテナを設計する方法の確立を目指す。そして、製品開発で必要となる生産性を考慮した設計を実現するための制約条件を適用し、数値例でその有用性を実証する。

第7章結論では、本研究により得られた成果について、まとめる。

## 参考文献

- [1] 栗井郁雄. 内部構造を持ったマイクロ波共振器. 電子情報通信学会論文誌 C, Vol. 85, No. 4, pp. 217–226, 2002.
- [2] Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., and Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, Vol. 84, No. 18, pp. 4184–4187, May 2000.
- [3] Li Z., Papalambros P. Y., and Volakis J. L. Designing broad-band patch antennas using the sequential quadratic programming method. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, pp. 1689–1692, Nov. 1997.



- [4] Haupt R. L. An introduction to genetic algorithms for electromagnetics. *IEEE Antennas Propagation Magazine*, Vol. 37, pp. 7–15, Apr. 1995.
- [5] Altshuler E. E. Design of a vehicular antenna for GPS/IRIDIUM using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, pp. 968–972, June 2000.
- [6] Gingrich M. and Werner D. Synthesis of low/zero index of refraction metamaterials from frequency selective surfaces using genetic algorithms. *Electronics Letters*, Vol. 41, No. 23, pp. 1266–1267, Nov. 2005.
- [7] Johnson J. M. and Rahmat-Samii Y. Genetic algorithms and method of moments (GA/MOM) for the design of integrated antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 47, pp. 1606–1614, Oct. 1999.
- [8] 大平昌敬, 出口博之, 辻幹男, 繁沢宏. 最適化設計による多周波数共用一層周波数選択板. 電気学会論文誌, Vol. 123, No. 3, pp. 253–258, Mar. 2003.
- [9] Kern D. J., Werner D. H., Monorchio A., Lanuzza L., and Wilhelm M. J. The design synthesis of multiband artificial magnetic conductors using high impedance frequency selective surfaces. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 53, No. 1, pp. 8–17, Jan. 2005.
- [10] Bendsøe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [11] Jensen J. S. and Sigmund O. Topology optimization of two-dimensional waveguides. In *5th World Congress Of Structural And Multidisciplinary Optimization*, 2003.
- [12] Kiziltas G., Psychoudakis D., Volakis J. L., and Kikuchi N. Topology design optimization of dielectric substrates for bandwidth improvement of a patch antenna. *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, Vol. 51, No. 10, pp. 2732 – 2743, Oct. 2003.
- [13] Joannopoulos J. D., Meade R. D., and Winn J. N. Photonic crystals. *NJ: Princeton Univ. Press*, 1995.
- [14] Cox S. J. and Dobson D. C. Maximizing band gaps in two-dimensional photonic crystals. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol. 59, No. 6, pp. 2108–2120, 1999.
- [15] Cox S. J. and Dobson D. C. Band structure optimization of two-dimensional photonic crystals in H-polarization. *Journal of Computational Physics*, Vol. 158, pp. 214–24, 2000.
- [16] Sigmund O. and Jensen J. S. Systematic design of phononic band gap materials and structures by topology optimization. *Philosophical Transactions of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 361, pp. 1001–1019, Mar. 2003.
- [17] Burger M., Osher S. J., and Yablonovitch E. Inverse problem techniques for the design of photonic crystals. *IEICE Transaction Electron*, Vol. E87-C, No. 3, pp. 258–265, Mar. 2004.
- [18] Jensen J. S. Optimal design of lossy bandgap structures. In *21st International Congress Of Theoretical And Applied Mechanics*, Aug. 2004.
- [19] Sigmund O. and Jensen J. S. Topology optimization of phononic band gap materials and structures. In Mang H. and J. Eberhardsteiner and F. R. eds., *WCCM V Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, Austria, July 2002.
- [20] Jensen J. S. and Sigmund O. Systematic design of photonic crystal structures using topology

- optimization: Low-loss waveguide bends. *Applied physics letters*, Vol. 84, No. 12, pp. 2022–2024, Mar. 2004.
- [21] Jensen J. S. and Sigmund O. Topology optimization of photonic crystal structures: a high-bandwidth low-loss T-junction waveguide. *Journal of Optical Society of America B*, Vol. 22, No. 6, pp. 1191–1198, June 2005.
  - [22] Watanabe Y., Sugimoto Y., Ikeda N., Ozaki N., Mizutani A., Takata Y., Kitagawa Y., Jensen J. S., Sigmund O., Borel P. I., Kristensen M., and Asakawa K. C-4-2 topology optimization of waveguide intersection and bends in 2d photonic crystal. *Proceedings of the Society Conference of IEICE*, Vol. 2006, No. 1, p. 216, 20060907.
  - [23] Frei W. R., Tortorelli D. A., and Johnson H. T. Topology optimization of a photonic crystal waveguide termination to maximize directional emission. *Applied Physics Letters*, Vol. 86, No. 111114, pp. 1–3, Mar. 2005.
  - [24] Tsuji Y., Hirayama K., Nomura T., Sato K., and Nishiwaki S. Design of optical circuit devices based on topology optimization. *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 18, No. 7, pp. 850 – 852, Apr. 2006.
  - [25] Hirayama K., Tsuji Y., Nomura T., Sato K., and Nishiwaki S. Application of topology optimization to H-plane waveguide component. *IEICE Transactions of Electronics*, Vol. E90-C, No. 2, pp. 282–287, 2007.
  - [26] Stainko R. and Sigmund O. Tailoring group velocity by topology optimization. In *7th World Congress Of Structural And Multidisciplinary Optimization*, No. A0331, pp. 2097–2103. ISSMO, May 2007.
  - [27] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302–307, May 1966.
  - [28] Nedelec J. C. Mixed finite-elements in ir3. *Numerische Mathematik*, Vol. 35, No. 3, pp. 315–341, 1980.
  - [29] 木下慎也, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 野村壮史, 佐藤和夫, 平山浩一. 導波特性を設計目標とする電磁波導波路のトポロジー最適化. *Transactions of JSCES*, Vol. 2007, No. 20070025, Sept. 2007.
  - [30] Haug E. J. and Arora J. S. Design sensitivity analysis of elastic mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 15, pp. 35–62, 1978.
  - [31] Chung Y.-S., Ryu J., Cheon C., Park I.-H., and Hahn S.-Y. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis — part I: FETD case. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 5, pp. 3289–3293, Sept. 2001.
  - [32] Chung Y.-S., Cheon C., Park I.-H., and Hahn S.-Y. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis — part II: FDTD case. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 5, pp. 3255–3259, Sept. 2000.
  - [33] Nikolova N. K., Tam H. W., and Bakr M. H. Sensitivity analysis with the FDTD method on structured grids. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 52, No. 4, pp. 1207–1216, Apr. 2004.
  - [34] Chung Y.-S. and Cheon C. Optimal shape design of dielectric structure using FDTD and topology

- optimization. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, No. 12, pp. 2289–2292, 2000.
- [35] Long S. A., Conway G. L., and Shen L. The resonant cylindrical dielectric cavity antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 31, No. 3, pp. 406–412, May 1983.

## 第 2 章

# トポロジー最適化の考え方と方法

## 2.1 設計空間の緩和と設計変数の設定

### 2.1.1 均質化設計法

トポロジー最適化 [1] の基本的な考え方は、拡張された固定設計領域  $D$  と、次式で示す特性関数の導入にある。

$$\chi_{\Omega}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (2.1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は固定設計領域内の位置、 $\Omega_d$  は本来の設計領域を示す。拡張された固定設計領域  $D$  と、本来の設計領域  $\Omega_d$  の関係を Fig. 2.1 に示す。図中で太線で輪郭を示した固定設計領域  $D$  は、文字どおり固定されており、変化することは無い。他方、図中で灰色で示した  $\Omega_d$  は、 $D$  の内部であれば、特性関数  $\chi_{\Omega}$  により任意の形状、形態をとることができる。すなわち、この特性関数  $\chi_{\Omega}$  と固定設計領域  $D$  を用いることにより、最適設計問題は固定設計領域  $D$  における材料分布問題に置き換えられ、そしてこの特性関数  $\chi_{\Omega}$  により、固定設計領域  $D$  において任意の最適形状を表現することが可能となる。しかし、拡張された固定設計領域  $D$  では、 $\chi_{\Omega}$  はいたるところ不連続な特性を持つことになる。この問題を解決し、大域な観点から連続な値を得る設計空間の緩和方法として、均質化法の利用 [1] が提案された。

均質化法では、無限小の領域で生じる 0,1 の状態を周期構造 (マイクロストラクチャ) で近似して表現し、そ

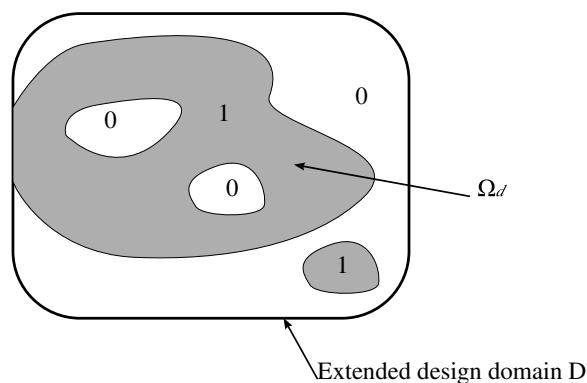


図 2.1 Extended design domain

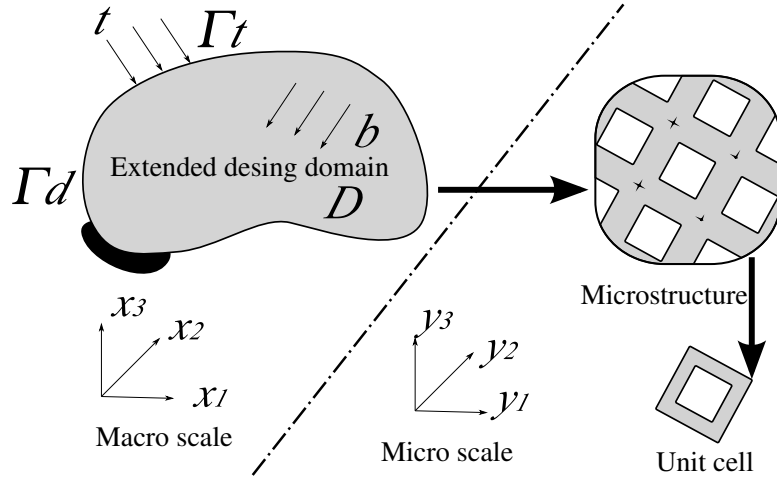


図 2.2 Homogenization design method

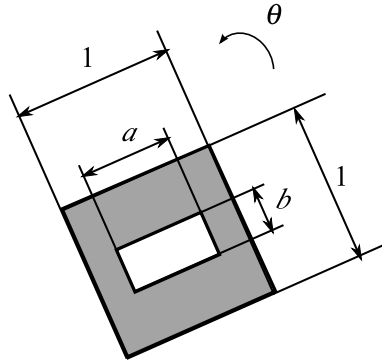


図 2.3 Two dimensional orthotropic microstructure (square unitcell)

の周期構造の周期について無限小への極限をとったときの物性テンソル、すなわち均質化テンソルを算出することにより、大域的見地から解釈できる状態を得て、不連続性の問題を解決する。そしてそのマイクロストラクチャの幾何学パラメータを最適化する設計手法が均質化設計法 (Homogenization design method, HDM) である。そして、最終的に各設計変数が 0 か 1 かのいずれかに収束した場合、明確な設計形状が得られることとなる。均質化設計法では、Kikuchi らにより、いくつかのマイクロストラクチャについて検討が行われ、正方形または立方体で区切られたユニットセル内部に、長方形、または直方体の空孔を設け、空孔の辺の長さを設計変数とする手法が確立された [1](Fig. 2.3, 2.4)。このようなマイクロストラクチャは直交異方性を持つため、ユニットセル全体を回転させ異方性を制御する。この回転角は、空孔の長手方向を応力の主軸方向へ向けることにより、有限要素そのものが持つ方向依存性に起因する数値的不安定性の問題 (次章にて後述するチェッカーボード問題) を回避している。この直交異方性マイクロストラクチャを用いた均質化設計法を古典的均質化設計法 (Classic HDM) と呼ぶことがある。

これに対し、Matsui らは、一般的な超弾性体の構成則を用いた有限変形を考慮したトポロジー最適化の開発のため、二次元における等方性マイクロストラクチャを提案している [2, 3]。これは Fig. 2.5 に示すような正六角形のユニットセルの中心に同じく正六角形の空孔を空けたものである。

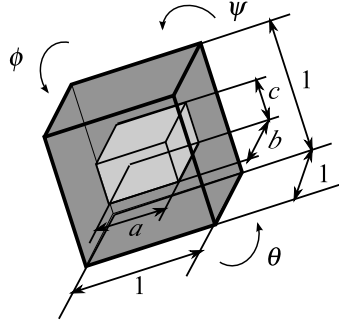


図 2.4 Three dimensional orthotropic microstructure (cubic unitcell)

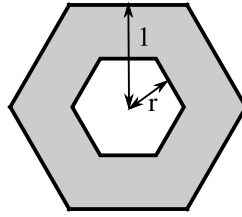


図 2.5 Two dimensional isotropic microstructure (hexagonal unitcell)

### 2.1.2 密度法

均質化法に対し、マイクロストラクチャの特性を均質化した  $\chi_\Omega$  の値を用い表現するアプローチを密度法 (Density approach) と呼ぶ [4]. 均質化した  $\chi_\Omega$  の値は、領域内の材料が占める割合となる. これを正規化された体積密度  $\rho$  とよび、空孔状態で 0, 材料が充填された状態で 1 とする. 密度法では均質化テンソルを求める代わりに、これを  $\rho$  の関数で代用する. 現象を記述する際に必要な代表物性テンソルを  $\mathbf{a}$  とすれば、均質化物性テンソルは、

$$\mathbf{a}^H = f(\mathbf{a}, \rho) \quad (2.2)$$

と表れされる. 多くの場合、次式のようにスカラー値の関数との積として近似する.

$$\mathbf{a}^H = \mathbf{a}f(\rho) \quad (2.3)$$

ここで、関数  $f$  を密度関数と呼ぶ. このように書き表す場合、密度関数は材料の有無を表す 0,1 の間を補間する関数に他ならず、補間関数の選びかたで様々な派生した手法が試みられている. もっとも単純な方法としては、線形補間がある. これは、当然ではあるが、物理量が線形性を持つ場合に適した補間方法である. 例えば、重量など物性値がスカラーのみで表現される場合が当てはまる. また、等方性を仮定した場合には、誘電率など二階のテンソルで表される物性値にも用いることができる.

他方、弾性テンソルは四階のテンソルであり、等方テンソルであっても、テンソルを決定するのに最低二つの値が必要であることからわかる通り、特別な場合をのぞいて線形補間で表すことができない. それに対する一つの補間法が SIMP[5] で用いる幂乗関数である.

$$\mathbf{a}(\rho) = \mathbf{a}_0 + (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_0)\rho^p, \quad (0 \leq \rho \leq 1) \quad (2.4)$$

ここで、 $\mathbf{a}_0$ ,  $\mathbf{a}_1$  はそれぞれ、空孔状態、充填状態における物理テンソル量を示し、 $p$  は重量に対する材料特性へのペナルティを与えるパラメータである。SIMP は関数が簡単で、感度フィルタなどを併用することにより、構造力学問題のいくつかでトポロジー最適化が可能であったため、広く利用されている。SIMP では  $p$  の値は、2 から 3 の間が適当とされている。

密度法に関しては、均質化設計法とは別のアプローチも存在する。それは、設計空間をあらかじめ有限要素を用い離散化した状態を仮定し、各離散化した要素に材料を適切に配置するという、配置最適化から派生した考え方である。このような問題は、離散最適化問題となるが、それを緩和して解くために設計変数を実数で補間するという考え方である。さらには、離散変数のまま最適化を行う試みも行われている。しかしながら、これらの手法による最適解は、要素分割に依存した最適解となる。

### 2.1.3 三次元等方性マイクロストラクチャを用いた均質化設計法

マルチフィジックス問題では、複数の種類の物性テンソルを、共通の設計変数で扱うことになる。そのとき、当然、共通の設計変数から導き出される各物性テンソルの間に整合性があるべきである。そこで、均質化設計法を用いると、マイクロストラクチャの幾何学的条件から、統一した理論で各物性テンソルを導出できるため、共通の設計変数を用いた複数の物性テンソルをコントロールする設計が可能となる。

他方、前述のとおり、密度法では密度関数により物性テンソルを計算するが、その関数の与えかたに理論的背景はない。したがって、異なる物性テンソルを算出するときに、同じ補間関数を用いるべきなのか、異なる補間関数を用いるべきなのか、合理的に決定する術はない。たとえば、SIMP では構造力学問題においても、弾性テンソルは冪乗関数を用いて補間するのに対し、体積 (もしくは重量) については線形補間を用いる。そして、このふたつの関数を使うことに起因する物性値の不整合を、0 と 1 の間の中間的な値を持つ設計変数に対するペナルティとして利用している。(これについては、次章にて詳細を述べる。) しかし、補間関数の決定方法はいささか経験的であり、これに対する補間関数もいくつか提案されている [6, 7]。しかし、これらについても決定的な方法はなく、しかも、二次元構造力学問題に特化した議論に終始しているのが現状である。

このように、密度法の補間関数の決定方法には力学的根拠が乏しいため、マルチフィジックス問題に適用する場合、補間関数の取り得る組み合わせは無数に考えられ、合理的には適切な組み合わせを決めることができない。しかも、各物理現象にかかわる物性テンソルは独立ではなく、少なくとも体積 (もしくは重量) との関係を通じて相互に影響をあたえるため、それぞれの物性テンソルに対する補間関数を独立に決定した場合、予測不能な潜在的な問題を抱える懸念がある。

このような背景から、マルチフィジックス問題に対応するためには、均質化設計法を用いるのが理想である。しかしながら、古典的均質化設計法を三次元問題に適用すると、図 2.4 に示す通り、各マイクロストラクチャにつき、 $a$ ,  $b$ ,  $c$  の三個の設計変数と、 $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  の三個の従属変数との合計六個の変数が必要となり、最適化問題が大規模化するという問題がある。そこで、Matsui らの二次元の等方性マイクロストラクチャの考え方を三次元問題に拡張することにより、設計変数の増加を抑えることとする。ここで、もっとも等方性の高い周期的配置可能な空間充填立体構造である切隅八面体と呼ばれる十四面体をユニットセルの形状とする三次元等方性マイクロストラクチャを提案する。Fig. 2.6 は、切隅八面体が空間充填配置している図である\*<sup>1</sup>。Fig. 2.7 に提案するマイクロストラクチャ内部構造を示す。マイクロストラクチャの構造は二次元の時と同様に、ユニットセル中心にユニットセルと相似の空孔を設ける。そして空孔の径  $r$  を変化させることで、物性テンソルを制御する。

\*<sup>1</sup> ちなみにこの図は体心立方格子のボロノイ図形を計算して得たものである。蛇足だが、二次元等方性ユニットセルの六角形は、三角格子のボロノイ図形である。

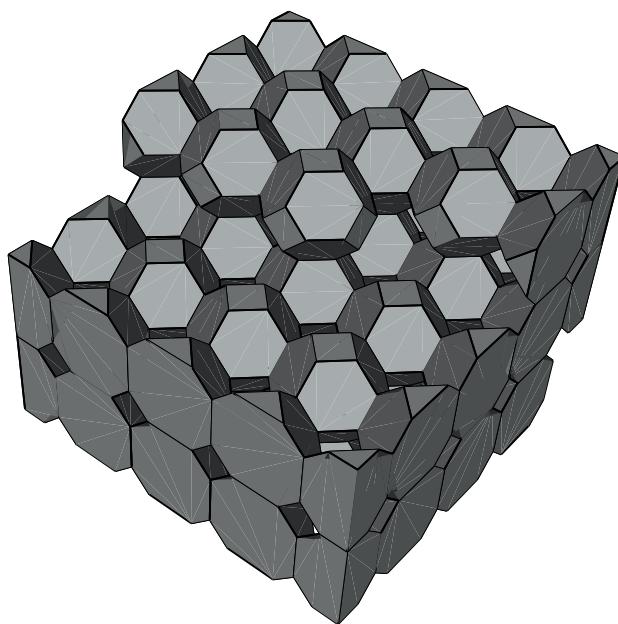


図 2.6 Truncated octahedron cells on periodic space filling layout

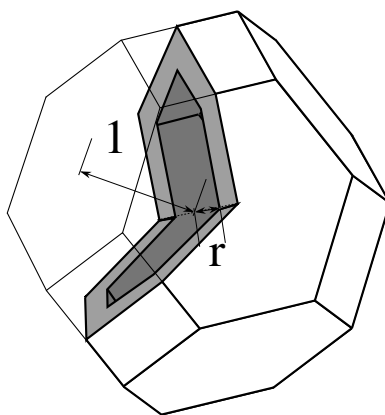


図 2.7 Three dimensional isotropic microstructure (truncated octahedron unitcell)

そして, 本研究では, 直接  $r$  を設計変数とせず, 正規化密度  $\rho = 1 - r^3$  を設計変数とする. このようにすることにより, 体積および重量は設計変数に対し線形となり, これらに対する制約条件が線形制約条件となり, 次章で述べるように, 変数の変換をしなくとも制約条件を正確に維持することができるようになる. また, 第 6 章で提案する, 製造可能性を考慮するための幾何学的な制約条件も多くは, 変数の変換をせずに線形制約条件にすることができるため, 正規化密度を設計変数とすることにより問題を簡略化できる.



## 2.2 材料分布の連続性を考慮した設計空間の緩和

このように、均質化法に基づいた考え方をを用いることにより、 $\chi_\Omega$  を連続場に緩和することにより数学的な取扱いを容易にすることができる。次にこれを数値的に取り扱うために空間を離散化し、設計変数を配置する。このとき、有限要素法に基づいた手法では、空間の離散化に有限要素解析で用いる有限要素分割をそのまま用いるのが一般的である。このように有限要素を設計変数配置のための空間離散化にそのまま用いた場合、一要素毎に要素中心に設計変数が配置されることとなり、通常要素内の物性は均一となる。このような手法を要素ベース トポロジー最適化と呼ぶ。

数値解析に差分法を用いる場合、数値解析のための有限要素がないため、要素の代わりに差分格子の一間隔を一つの設計要素とする場合がある。このような差分格子ごとに設計変数をおく手法をセルベースと呼ぶこととする。その時、一格子間隔に未知数を保持する節点が複数ある場合、一格子間隔内の物性値は一樣ではなく、連続的に変化するように補間される。

他方、次章で紹介するチェッカーボード問題などの、トポロジー最適化の数値的不安定問題を抜本的に解決する方法として、材料分布の連続性を仮定した設計空間緩和および離散化の方法 [3] が提案されている。この方法では、設計変数となる離散化された密度を有限要素の節点に配置し、離散化された密度間の値を補間関数を用いて連続的に分布させる。すなわち、固定設計領域  $D$  における体積密度の分布  $\rho(\mathbf{x})$  を、次式で表す。

$$\rho(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{x}) R_j \quad (2.5)$$

ここで、 $R_j$  は有限要素の節点  $j$  における、正規化された体積密度  $\rho(\mathbf{x})$  設計変数、 $N_j$  は補間関数である。この方法を用いれば、材料物性値も有限要素節点の間において補間され、空間的な連続分布が保証される。

## 参考文献

- [1] Bendsøe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [2] 松井和己, 寺田賢二郎, 西脇眞二, 石橋慶輝. 有限変形を伴う構造物に対する consistent トポロジー最適化手法. 日本計算工学会論文集, Vol. 4, pp. 73–81, 20020520.
- [3] Matsui K. and Terada K. Continuous approximation of material distribution for topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 14, pp. 1925–1944, Apr. 2004.
- [4] Yang R. and Chuang C. Optimal topology design using linear programming. *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2, pp. 265–275, 1994.
- [5] Bendsøe M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 4, pp. 193–202, Dec. 1989.
- [6] Stolpe M. and Svanberg K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 22, No. 2, pp. 116–124, 2001.

- [7] Bruns T. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid–void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30, No. 6, pp. 428–436, 2005.



## 第 3 章

# 実装方法

### 3.1 最適化アルゴリズム

#### 3.1.1 非線形計画問題の解法

トポロジー最適化の目的関数は、通常、設計変数に対して非線形関数となるため、最適化問題としては非線形計画問題に分類される。しかも、設計変数の数が多いという特徴がある。たとえば、設計形状を二次元とした、最小限の問題でも設計変数は 1,000 個以上は必要であり、実用的な規模の問題や、三次元問題になると 100,000 個を越えるケースも容易に起こりうる。また、通常、目的関数の算出に数値解析が必要となるため時間がかかる。このような事情から、使用できる最適化手法は勾配法で、そのうち一次の設計感度のみで解くことができるものに限られる。

このような解法としては、最適性基準法 (Optimality Criteria method, 以下 OC)[1], 逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming, 以下 SLP)[2, 3, 4], Method of Moving Asymptotes (MMA)[5], Convex Linear 法 (CONLIN)[6] などがある。逐次二次計画法 (Sequential Quadratic Programming) は準ニュートン法を用いることで一次の感度のみで最適化が可能であるが、あまり大量の設計変数扱う問題では適当ではないため適用は難しい。OC は、KKT 条件から導出される、経験的な法則により、最適性基準を満たすように設計変数を更新していく手法である。SLP, MMA, CONLIN は、目的関数を単純な関数で近似し、近似が妥当な範囲で最適解を求め、これを繰り返すことにより最終的な最適解を得る反復解法である。SLP は、目的関数を、一次関数で近似すのに対し、MMA と CONLIN は線形逆数関数を用いた逐次凸関数計画法から派生した手法であり、構造力学問題、とくに剛性最大化問題では収束が早い。これは、剛性最大化問題では目的関数が微小区間においては、設計変数の線形逆数関数であることを利用しているためである。

マルチフィジックス現象を考慮した場合、目的関数の特性は予測が難しいため、MMA や CONLIN など、あらかじめ目的関数の特徴を想定した手法より、目的関数の特性に依存しない方法として SLP を用いることとする。SLP では、各設計変数の変化量を微少な範囲に制限し、その範囲において目的関数、および制約条件が線形近似が可能なものとして仮定する。そして、それらをテイラー展開し二次以降の項を省略し、線形関数として近似する。目的関数を  $F$  とし、 $n$  個の設計変数  $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_i, \dots, p_n]^T$  を持つ非線形計画問題を考える。なお、 $^T$  は転置を意味する。目的関数を  $F$  を  $k$  回目のイタレーション時の設計変数  $\mathbf{p}^k$  の近傍で線形化すると下式となる [3]。

$$\begin{aligned} F &= F^k + \left( \frac{\partial F}{\partial p_1} \right)^k \delta p_1 + \dots + \left( \frac{\partial F}{\partial p_n} \right)^k \delta p_n \\ &= F^k + \nabla_k^T F \cdot \delta \mathbf{p} \end{aligned} \quad (3.1)$$

同様に,  $m$  個の制約条件  $g_j$  についても, 線形化する.

$$g_j = g_j^k + \nabla_k^T g_j \cdot \delta \mathbf{p} \quad (3.2)$$

このとき, 線形化された問題における各設計変数に係る係数  $\nabla_k F$ , および  $\nabla_k g_j$  が設計解  $\mathbf{p}^k$  に対する設計感度である. ここで,

$$\delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}^k \quad (3.3)$$

とすることで, 非線形計画問題を線形計画問題へ書き改めることができる.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && \nabla_k^T F \cdot \mathbf{p} \\ & \text{subject to:} && \\ & && \nabla_k^T g_1 \cdot \mathbf{p} > \nabla_k^T g_1 \mathbf{p}^k - g_1^k \\ & && \vdots \\ & && \nabla_k^T g_m \cdot \mathbf{p} > \nabla_k^T g_m \mathbf{p}^k - g_m^k \end{aligned} \quad (3.4)$$

こうして得られた線形化された副問題を線形計画法により最適化する. 線形計画法の解法には単体法 [7] や, 主双対内点法があるが, 現在のところ, 単体法の方が高速でロバストであり, 主双対内点法では解くことができない副問題 (線形計画問題) でも解き進むことができるケースがあるため, 今回は単体法を用いる.

線形近似のための設計変数  $p_i$  の変化幅の許容範囲  $\Delta p_i$  は, 以下のように定義される.

$$\Delta p_i = \max(\zeta p_i, \Delta p_{\min}) \quad (3.5)$$

これをムーブリミットと呼ぶ. また,  $\Delta p_{\min}$  は,  $\Delta p_i$  が 0 近辺で固定化するのを防ぐための下限値である. これは, Eq. (3.4) に以下の制約条件を加えることで実装できる.

$$\begin{aligned} & \text{subject to:} \\ & p_1^k - \Delta p_1 \leq p_1 - p_1^k \leq p_1^k + \Delta p_1 \\ & \vdots \\ & p_n^k - \Delta p_n \leq p_n - p_n^k \leq p_n^k + \Delta p_n \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.1.2 線形制約条件

SLP で制約条件を取り扱う場合, Eq. (3.4) のように, 制約条件を線形化して扱う方法がある. この手法を用いた場合, 制約条件が線形の場合については, SLP で線形化近似しても実際の制約条件と一致するため, つねに実行可能解が得られ, 確実に制約条件を維持することができる.

ここで, 上記の線形化を用いて制約条件を課す場合, 副問題である線形計画問題を解く際に, イタレーションの初回から, ムーブリミットで許容された変動の範囲内で制約条件を満足する実行可能解を得る必要がある. したがって, 制約条件を大幅に侵害する初期解を用いることはできない. よって, 実用上はあらかじめ制約条件を満足する初期解を用意する必要がある.

### 3.1.3 非線形制約条件

非線形制約条件については, 非線形性が弱い場合は, 制約条件の線形化によって制約条件を維持できる. しかしながら, 非線形性が強い場合, 線形化した制約条件と実際の制約条件の間に差が生じ, 線形化された制約条件を満たしていても, 実際の制約条件に違反する場合が生じる. そして, イタレーションの次回にて副問題である

線形計画問題を解く際に、ムーブリミットで許容された変動の範囲内で制約条件を満足する実行可能解を得ることができない場合、イタレーションが中断する。これは、 $\mathbf{p}^{k-1}$  近傍での制約条件式の感度が、 $\mathbf{p}^k$  近傍での制約条件式の感度と大きく異なる場合しばしば発生する。制約条件の非線形性の強弱から、このような現象が生じるかどうかあらかじめ十分に見積もることは難しいため、制約条件の線形化を非線形制約条件には用いるべきではない。したがって、非線形制約条件を扱う際には、SLPにおいても、線形化によらない方法を用いることが求められる。

非線形制約条件の手法としては、ラグランジアン、あるいはペナルティ法を用いるのが一般的である。これらは、目的関数に制約を侵害することにより値が大きくなる関数（ペナルティ関数）を、ペナルティ項として重み係数をかけて加算したラグランジアンを定義し、それを目的関数に代わり最小化する手法である。非線形制約の場合、反復解法を用い、ペナルティ項への重み係数を無限大へ増やしていくことで最適解が得られる。しかしながら、非線形計画問題を繰り返し解くことによる非効率性と、ペナルティ項への重み係数が無限大に近づくことによる特異性から、実用は難しい [8]。

拡張ラグランジアン (Augmented Lagrangian Method) は、上記の問題を克服した手法として広く用いられている。まず、以下のようなペナルティ関数を付与したラグランジアンを定義する。

$$L(\mathbf{p}) = F(\mathbf{p}) + \frac{1}{2} \sum \sigma_i (c_i(\mathbf{p}) - \theta_i)^2 \quad (3.7)$$

ここで、 $F(\mathbf{p})$  が目的関数、 $c_i$  が  $i$  番目の非線形等号制約条件、 $\sigma_i$  は、 $c_i$  に対するペナルティの重み、 $\theta_i$  は、 $c_i$  のペナルティ項の頂点位置を制御する変数である。拡張ラグランジアンの考え方は、 $\theta_i$  を適切に選ぶことにより、ペナルティ項の頂点を最適解  $\mathbf{p}^*$  と一致させるということである。これにより、 $\sigma_i$  が有限な値においても、ペナルティ関数を最小化する  $\mathbf{p}^*$  の値と、目的関数を最小化する  $\mathbf{p}^*$  の値が一致するため、制約条件が守られた最適解が得られる。実際には Eq. (3.7) から導出される以下のラグランジアンを用いる。

$$L'(\mathbf{p}) = F(\mathbf{p}) - \lambda^T c(\mathbf{p}) + \frac{1}{2} c(\mathbf{p})^T \mathbf{S} c(\mathbf{p}) \quad (3.8)$$

ここで、 $\mathbf{S} = \sigma_i \mathbf{I}$  ( $\mathbf{I}$  は設計変数の数に応じた大きさの単位行列)、 $\lambda$  はイタレーションごとに以下のルールで更新されるラグランジュ乗数である。

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} - \mathbf{S} c^{(k)} \quad (3.9)$$

これを、不等号制約条件に適用するには、不等号制約条件が  $c'(\mathbf{p}) > a$  の場合、 $c(\mathbf{p}) = \min[c'(\mathbf{p}) - a, 0]$ 、 $c'(\mathbf{p}) < a$  の場合、 $c(\mathbf{p}) = \min[a - c'(\mathbf{p}), 0]$  を用いればよい。

## 3.2 数値的不安定性問題

### 3.2.1 チェッカーボード問題

二次元剛性最大化問題などを、正方形のメッシュ分割を用いたトポロジー最適化で解いたとき、最適解として、市松模様のように空隙と構造が一要素おきに交互に入り組んだ構造が現れることがある。このような構造は、構造要素同士が角と角の一頂点のみを介して接合した実現不可能な構造であるため、現実には最適構造とは言えない。このような構造は、数値計算上の理由から間違って導き出されるものであり、これをチェッカーボード問題という。チェッカーボードの生じる原因のひとつとして、トポロジー最適化でよく用いられる一次四角形要素が、対角方向に剛性が高いためであることがあげられる。直交異方性マイクロストラクチャを用いた古典的均質化設計法では、この問題をマイクロストラクチャの回転を行うことで回避している。

SIMP など等方性材料を仮定したチェッカーボード問題への対策としてフィルタリング手法がある。これは、画像処理などで用いられるコンボリューションフィルタやガウシアンフィルタなど、ぼかしを適用するものである。このようなフィルタリングは設計変数そのものに施す場合 [9] と、感度に施す場合 [10] がある。しかしながら、このような手法は、最適化問題の定式化にあいまいさを持ち込むこととなる。

他方、チェッカーボード領域は、構造物と空隙との境界の周囲長が異常に長くなるという特徴がある。このことに着目し、周囲長を制約することでチェッカーボードを抑止する手法がある。これをペリメータコントロールという [11]。しかしながら、適切な周囲長をあらかじめ見積もることはできないため適用は難しい。

これらの抜本的解決手法として、前章 2.5 節で紹介した、材料分布の連続性を考慮した設計空間の緩和法 (Continuous Approximation of Material Distribution, CAMD) がある [12]。この手法を用いれば、隣接する要素同士の材料分布が連続性を持つため、チェッカーボードのような不連続の繰り返しのパターンは発生しない。

### 3.2.2 グレースケール問題

グレースケール問題は、トポロジー最適化で行う設計空間の緩和により、設計変数を連続変数へ緩和することにより起因する問題である。連続変数に置き換えられた設計変数は最終的に 0 か 1 のいずれかに収束することが求められるが、往々にしてそのようにならない。そして、そのような設計変数が 0 か 1 以外の値を取る領域をグレースケール領域と呼ぶ。均質化法の考え方によれば、グレースケール領域は微小のマイクロストラクチャからなる領域となり、現実には作成不可能である。したがって、グレースケールが含まれない設計解を導く手法が必要となる。

グレースケール問題への対策として、種々の方法が提案されている。これらは大きく分けて陽的なものと陰的なものに分けられる。これらについて説明した後、グレースケールが存在する理由を考えることにより、陽的陰的の両方の手法の欠点を回避した抜本的解決策を提案する。

#### 陽的ペナルティ法

陽的なものは、設計変数がグレースケール領域にある場合、ペナルティを課すというものである。ペナルティを課すには種々の方法があるが、基本的な考え方としては、以下の様に、0 および 1 で 0 となるペナルティ関数を導入するものである [13]。

$$W(\rho) = \int_D \rho(\mathbf{x})(1 - \rho(\mathbf{x}))d\Omega \quad (3.10)$$

これは、各設計変数毎に課せられるペナルティとなるが、多くの場合、全ての設計変数に対する合計値を微小な閾値以下になるように制約する。この手法では、設計感度の空間分布を平滑化するフィルター処理が必須であり、最適なトポロジーを得るためには、このフィルターの設定が大きく影響する。あらかじめ最適なフィルター設定をきめることはできず、問題毎に、数値実験によるパラメータ設定が必須である。

上記の方法でペナルティを課すことによる悪影響を避けるため、設計変数をコントロールする代わりに体積制約条件を制御する手法も提案されている [14]。通常体積制約条件は

$$\int_D \rho(\mathbf{x})d\Omega \leq V \quad (3.11)$$

の形で書き表せるが、これに重み係数をかけ、

$$\int_D w_K(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x})d\Omega \leq V \quad (3.12)$$

のようにする．ここで、 $K$  は、最適化のイタレーション番号で、 $w_K(\mathbf{x})$  はイタレーションごとに以下のルールで設定される．

$$w_K(\mathbf{x}) = \begin{cases} T_K & \text{if } \rho_{K-1}(\mathbf{x}) < \delta \\ 0 & \text{if otherwise} \end{cases} \quad (3.13)$$

$\delta$  がペナルティをかける閾値となり、 $T_K$  を大きな値とすることでグレースケールを抑制でき、しかも、各イタレーションにおける副問題は、ペナルティをかける前の問題と同一のものとなる．しかし、閾値や、重みの設定の指針を見出すのは難しい．

ほかには、チェッカーボード抑制のために考案されたペリメータコントロールがグレースケール抑制にも効果があるという報告もある [11]．

### 陰的ペナルティ法

陽的にグレースケールをコントロールする手法に対し、物理現象の解析にグレースケールに不利に働くような特性を盛りこむ手法を陰的ペナルティ法と呼ぶ．陽的ペナルティでは、問題のケースごとのパラメータ設定が必要となるため、一般的には、次に述べる陰的ペナルティ法が用いられている．

もっとも有名な例は、前節にて触れた Simple Isotropic Material with Penalization (SIMP)[15] と呼ばれる手法である．これは、密度法の派生手法のひとつであり、グレースケール領域の材料特性を低くすることで、グレースケールにペナルティを課す方法である．この手法は、様々な問題に適用されているが、本質的には、材料定数が大きいほど目的関数に対し有利に働くという、目的関数が材料定数にたいして単調性を持つ場合にのみ適用可能な手法である．

しがたって、多くのトポロジー最適化研究にて SIMP が用いられているが、SIMP ではグレースケールが抑制できない問題があることが知られている．例えば、非線形静磁界問題もそのひとつである [16, 17]．このような問題では SIMP の効果は問題依存であり、グレースケールの発生はあらかじめ予測できない．また、SIMP は構造力学問題での固有値問題に対しても常には有効とは限らず、最適化目標とする固有値が、特定の値より低くなるとグレースケールが抑制できなくなる．

他には、光導波路の設計に用いられている Penalization Dumping(PAMPING) 法がある [18]．これは、光の伝播を最大化する問題において、グレースケール領域に人工的な損失項を加えるものである．この手法は人工的な損失項の大きさを pamping 係数と呼ばれる係数で設定するが、この pamping 係数の適切な値はあらかじめ予測できない．したがって、グレースケールが十分少なくなるまで、pamping 係数を徐々に増やしながら、トポロジー最適化全体を反復する必要があるが、計算効率が悪い．さらに、この手法では目的関数に単調性をあたえるため、解析領域全体に対し全体に設計変数によらない人工的な損失項を付与しており、こちらについては pamping 係数とは逆に、徐々に値を小さくしながらトポロジー最適化全体を反復する．このように、全体のアルゴリズムとしては、通常のトポロジー最適化のイタレーション全体を、さらに二重に反復することになる．

また、本論文の第 5 章の中で、電磁波問題を扱った誘電体共振器アンテナの広帯域設計を対象とし、入射パルスに含まれる周波数帯域に着目したグレースケール抑制手法を提案する．これは実現可能解での最低動作周波数よりも低い周波数成分を持つ入射パルスをあたえることにより、目的関数に設計変数に対する単調性を付与するものである．こちらは、設計のための入射パルスのスペクトルが単峰性であれば、予め適切な設定値を決定することができ、一度のトポロジー最適化で最適解が得られるため、計算効率が低い．こちらについては第 5 章、第 5.3.2 節に詳細を述べる．

このように、陰的ペナルティは、物理場解析や目的関数に強く依存するため、マルチフィジックス問題に対し統一的に利用できる手法とはならない．また、物理場解析に人工的な要因を加えることになるため、設計変数に



対して非線形性の強い要因を加える場合には慎重に行う必要がある。

### 空間占有率制約によるグレースケール問題の解決

前述の通り、陽的ペナルティ法にはパラメータ設定の難しさと局所解回避の難しさ、陰的ペナルティ法には、物理場解析への影響という、それぞれの欠点を抱えている。そこで、本研究では、両者の特性を併せ持ち、両者の欠点を回避した手法として、空間占有率制約条件を提案する。

説明のため、例として剛性問題を対象に、トポロジー最適化で一般に用いられている体積制約条件について考える。体積制約条件とは、文字通り固定設領域内に材料の体積が占める割合である。ここで注意しなくてはいけないのは、グレースケール領域内の体積のとらえかたである。均質化法の考え方によれば、グレースケール領域は、材料と空気の二相からなるコンポジットである。トポロジー最適化の考え方ではミクロスケールまで考慮しているため、材料の体積とは、コンポジット全体の体積ではなく、その中の材料の部分のみが占める体積を意味する。他方、マクロスケールの観点からは、材料と空気の二相からなるコンポジットの体積は、コンポジット内の材料と空気の両方を含めたコンポジット全体の占める体積を意味する。本研究では、このような考え方に立つ体積、すなわちコンポジット全体の体積を空間占有率と呼ぶこととする。

従来のトポロジー最適化の考え方に基づく体積制約条件を課した設計は、現実には、重量に制約をかけた設計と等価となる。これは、従来のトポロジー最適化の考え方に基づく体積に密度をかけたものが重量となるからである。そして、一般にコンポジットは重量に対して剛性が高いため、このような重量制約をかけた定式化では自然とコンポジットを含む最適解が得られる。したがって、グレースケールの発生は必然である。他方、空間占有率を制約した場合、通常コンポジットは占有している空間の体積あたりの剛性は低いため、コンポジットを用いない設計解、すなわち、グレースケールがない設計解が得られることが期待できる。

空気と材料からなるコンポジットの場合、ある領域内に材料が極少量でも存在すれば、その領域はコンポジットで占められると考えられる。したがって空間占有率  $V_{\text{ex}}$  は、場所  $\mathbf{x}$  における正規化密度  $\rho(\mathbf{x})$  を用い、以下の式で書き表される。

$$V_{\text{ex}} = \int_D H(\rho(\mathbf{x})) d\Omega \quad (3.14)$$

ここで、 $H$  は次式で示される Heaviside 関数である。

$$\begin{cases} H(x) = 0 & \text{if } x \leq 0 \\ H(x) = 1 & \text{if } x > 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

これを用い、グレースケールの発生しない新たなトポロジー最適化問題の定式化を提案する。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F \\ & \text{subject to:} \\ & \int_D \rho(\mathbf{x}) d\Omega < V^U \\ & \int_D H(\rho(\mathbf{x})) d\Omega < V^U \end{aligned} \quad (3.16)$$

また、上記では、静剛性問題を対象に説明したが、一般的に体積分率に基づく体積と空間占有率の関係は  $V \leq V_{\text{ex}}$  であり、グレースケールが無いときに限り、両者が等しくなり  $V = V_{\text{ex}}$  となる。したがって、目的関

数に単調性の無い問題や、体積制約が工学的に不要な問題については

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F \\ & \text{subject to: } \int_D H(\rho(\mathbf{x}))d\Omega - \int_D \rho(\mathbf{x})d\Omega < \epsilon_V \end{aligned} \quad (3.17)$$

とすることで、グレースケールの無い解を導き出せることが期待できる。ここで、 $\epsilon_V$  は微小値であり、体積分率と空間占有率との許容される差である。

Heaviside 関数は、 $x = 0$  にて不連続で微分不可能な関数である。これを勾配法に基づく最適化で取り扱うために次式のように連続関数として緩和する [19]。

$$H(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ \frac{1}{2} + \frac{x-h}{h} \left( \frac{15}{16} - \frac{5}{8} \left( \frac{x-h}{h} \right)^2 + \frac{3}{16} \left( \frac{x-h}{h} \right)^3 \right) & (0 < x < 2h) \\ 1 & (x > 2h) \end{cases} \quad (3.18)$$

ここで、 $2h$  が 0 から 1 への遷移幅である。

空間占有率制約は、非常に非線形性の強い関数を用いることになる。しかしながら、陰的ペナルティ法と異なり、設計変数の変動が、関数値の急峻な変化を招いても、物理状態量の数値解析に影響をあたえない点を注記しておく。

### 3.3 数値解析手法および感度解析手法

#### 3.3.1 有限要素法

電磁波伝搬の周波数領域の支配方程式は Maxwell の方程式から導出される波動方程式を周波数領域に展開した Helmholtz 方程式で記述される。ここでは、電界が  $z$  方向に分極した状態を想定し、二次元問題における TE (Transverse Electric) 波を対象とし、波の伝搬方向を  $x$  および  $y$  方向とし、波の振幅方向を  $z$  方向とした場合について考える。この場合、 $z$  方向の電界を  $E_z$  とすると、電磁波伝搬の方程式は次式となる。

$$\nabla^2 E_z + k_0^2 \epsilon_r E_z = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3.19)$$

ここで  $\Omega$  は解析領域を意味し、 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  は空気中の波数、 $\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  は、空気中の誘電率、および透磁率、 $\omega$  は角周波数、 $\epsilon_r$  は媒質の比誘電率である。さらに、上式を弱形式で表せば次式となる。

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) - \epsilon_r k_0^2 \tilde{E}_z E \right] dx dy \\ = \int_{\Gamma} \tilde{E}_z \frac{\partial E_z}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.20)$$

次に離散化のため解析領域を Fig. 3.1 に示す、三角形六節点二次要素で要素分割する。各要素にて  $E_z$  は次式で示す二次形状関数で補間される：

$$E_z = \mathbf{N}^T \mathbf{E}_e \quad (3.21)$$

$$\mathbf{E}_e = [E_{z1}, E_{z2}, E_{z3}, E_{z4}, E_{z5}, E_{z6}]^T \quad (3.22)$$

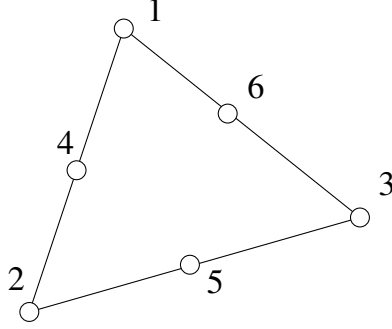


図 3.1 Triangular element with six nodal points

ここで,  $\mathbf{E}_e$  は, 各節点の  $E_z$  を要素に持つベクトルである. そして,  $^T$  は転置を意味する.  $\mathbf{N}$  は二次形状関数ベクトルで, 次式で書き表される.

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} L_1(2L_1 - 1) \\ L_2(2L_2 - 1) \\ L_3(2L_3 - 1) \\ 4L_1L_2 \\ 4L_2L_3 \\ 4L_3L_1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

ここで,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  および  $(x_3, y_3)$  は, 三角形要素の頂点の座標である.

Eq. (3.20) に, ガラーキン法を適用し, 次式を得る.

$$\mathbf{A}\mathbf{E} = \mathbf{G} \quad (3.25)$$

ここで,  $\mathbf{A}$  は系行列 (System matrix),  $\mathbf{E}$  は未知数である電界ベクトル,  $\mathbf{G}$  は境界  $\Gamma$  での線積分項によるベクトルである.

$$\mathbf{A} = \sum_e \iint_e \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} - k_0^2 \varepsilon_e \mathbf{N} \mathbf{N}^T \right] dx dy \quad (3.26)$$

$$\mathbf{G} = \sum'_e \left[ \int_e \mathbf{N} \frac{\partial E_z}{\partial n} \Big|_{\Gamma} d\Gamma \right] \quad (3.27)$$

ここで,  $\sum_e$  は, 全要素についての総和,  $\sum'_e$  は境界  $\Gamma$  についての総和を意味する.  $\frac{\partial}{\partial n}$  は  $\Gamma$  における外向き法線方向の微分を表す.

こうして得られた線形代数方程式を解き, 未知数である  $E_z$  を算出する.

### 3.3.2 有限要素法による随伴変数解析

勾配法を用いて最適設計を行うためには, 目的関数の設計感度を求める必要があり, 随伴変数法 (Adjoint Variable Method, AVM) [20, 21] を用いることにより, 多数の設計変数に対する感度を効率よく求めること

ができる。

ここでは、随伴変数法の基本的な考え方を紹介する。目的関数  $F$  について、状態変数である電場  $\mathbf{E}$  と設計変数  $p_n$  について考える。これの第一変分をとり、 $n$  番目の設計変数の変動  $\delta p_n$  に掛かる係数  $l_n$  を求める。このとき状態変数の変動  $\delta \mathbf{E}$  への係数を随伴変数により消去する。電磁界 FEM における支配方程式の離散的表現は式 (3.25) より以下のように書き表せる。

$$\mathbf{A}\mathbf{E} - \mathbf{G} = 0 \quad (3.28)$$

これに随伴変数  $\hat{\mathbf{E}}^T$  を乗じ、 $F$  に加える。

$$F^* = F + \hat{\mathbf{E}}^T (\mathbf{A}\mathbf{E} - \mathbf{G}) \quad (3.29)$$

ここで、式 (3.28) であることから、随伴変数  $\hat{\mathbf{E}}$  はどのような値を選んでも、 $F^*$  の停留条件に影響しない。これの第一変分を取り、 $\delta p_n$ ,  $\delta \mathbf{E}$  について整理して、次式を得る。

$$\delta F^* = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial p_n} + \hat{\mathbf{E}}^T \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_n} \mathbf{E} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial p_n} \right) \right\} \delta p_n + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} + \hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{A} \right\} \delta \mathbf{E} \quad (3.30)$$

また、 $\frac{\partial F}{\partial p_n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial p_n}$  用い整理すると、

$$\delta F^* = \left\{ \left( \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} \right\}^T + \hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{A} \right) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial p_n} + \hat{\mathbf{E}}^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_n} \mathbf{E} \right\} \delta p_n + \left\{ \left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} \right\}^T + \hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{A} \right\} \delta \mathbf{E} \quad (3.31)$$

を得る。

$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial p_n}$  および、 $\delta \mathbf{E}$  への係数を消去するように、以下の随伴方程式を解き  $\hat{\mathbf{E}}^T$  を決定する。

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \mathbf{E}} \right\}^T + \hat{\mathbf{E}}^T \mathbf{A} = 0 \quad (3.32)$$

式 (3.32) を式 (3.31) に代入し、

$$\delta F^* = \left\{ \hat{\mathbf{E}}^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_n} \mathbf{E} \right\} \delta p_n = l_n \delta p_n \quad (3.33)$$

が求まる。ここで、 $l_n = \hat{\mathbf{E}}^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial p_n} \mathbf{E}$  が  $p_n$  に対する感度である。これに式 (3.32) で求めた  $\hat{\mathbf{E}}^T$  を代入することにより  $l_n$  の値が求まる。

### 3.3.3 時間領域有限差分法概要

ここでは、時間領域有限差分法 (FDTD 法) について説明する。FDTD 法は、K. S.Yee [22] により提唱された、Maxwell の方程式を解くための数値解析手法である。FDTD 法では、Maxwell の方程式を空間および時間について中心差分により離散化する。

簡単のため電磁波損失のない状態を考えると Maxwell の方程式は以下のように記述される。

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (3.34)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (3.35)$$

ここで  $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{H}$  はそれぞれ電界と磁界、 $t$  は時間、 $\mu$  は透磁率、 $\varepsilon$  は誘電率である。

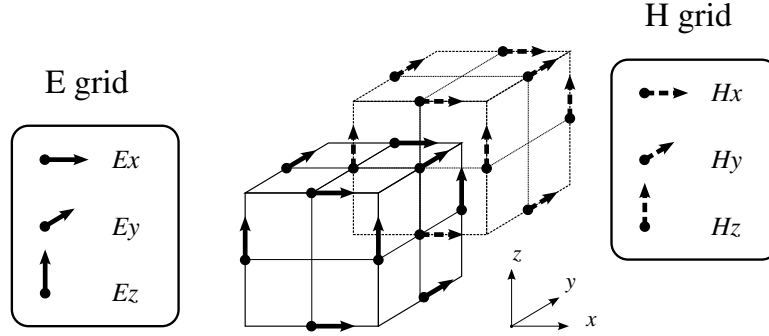


図 3.2 Yee cell.

FDTD 法の大きな特徴は、空間の離散化に Fig. 3.2 にしめす Yee セルを用いる点にある。これは、ふたつの同じ大きさの有限差分格子が全ての軸方向に  $\frac{1}{2}$  格子間隔分ずれて、相互に交差した構造をとっている。そして、それぞれの有限差分格子には、Eq. (3.34), (3.35) の状態変数である電界  $\mathbf{E}$  と 磁界  $\mathbf{H}$  が配置される。ここでは、それぞれの格子を電界格子、磁界格子と呼ぶこととする。そして、電界磁界は両方とも xyz 方向の成分を持つベクトル値であるが、各成分毎に、それぞれの有限差分格子の辺に配置される。この様子を Fig. 3.2 の矢印により示している。このように配置することにより、式 (3.34), (3.35) の回転演算子の差分法による計算を容易にしている。

FDTD 法では Eq. (3.34) と、Eq. (3.35) は以下のように離散化される。

$$H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu} \left( \frac{E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} \right) \quad (3.36)$$

$$E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left( \frac{H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \quad (3.37)$$

ここで 下添字  $x, y, z$  は、それぞれベクトルの成分の座標軸の方向を表す。上添字  $|^n$  は離散時間での時刻  $n$  を表し、下添字  $|_{i,j,k}$  は、状態変数の置かれた位置を離散座標  $(i, j, k)$  で表す。同様の離散化が各方向の成分について行われ、 $H_y, E_y, H_z, E_z$  を得る。

また、時間方向についても電界と磁界では時間インデックスがずらしてある。これは時間インデックスが  $\frac{1}{2}$  ずれていることで表現してある。これは蛙跳び法による未知数の更新を意味しており、離散時間が  $\frac{1}{2}$  進むと  $\mathbf{E}$  か  $\mathbf{H}$  が交互に片方だけ更新される。これは空間差分と時間差分をわけて計算することを意味しており、これにより数値計算上でのエネルギーの散逸を回避している。

FDTD 法では解析空間を正則格子で離散化する。そして、各セルに誘電率  $\varepsilon$  と透磁率  $\mu$  を設定する。このようにセルごとに設定された媒質の物性値はセルの辺の中点にある節点にて補間される。また、金属部品など電気伝導性（導電性）のある箇所は、節点に完全導体境界条件 (Perfect Electric Conductor, PEC) を課すことで表現される。そして、電磁界は、給電点に給電された電流から離散時間を追って計算される。このとき、入力さ

れた電流がパルスを形成していれば、そのパルス、つまり入射パルスに含まれる周波数帯域の特性が一度に計算されることとなる。

したがって、解析領域内に設けた評価領域での電界、磁界からなる関数を考えた場合、このような関数を解析時間を通して積分した値を目的関数とすると、入力パルスに含まれる全周波数帯域を考慮した目的関数となる。よって、広帯域の周波数帯域に対し一度にくまなく最適化を施すことが可能となる。

### 3.3.4 時間領域有限差分法による随伴変数感度解析手法

前項 3.3.2 項にて述べた有限要素法による感度解析と同様、FDTD 法についても、トポロジー最適化で必要となる設計感度は随伴変数法 [20] を用いて求める。ここでは、時間領域解法による随伴変数法について述べる。まず始めに、目的関数は次式の形式で表されるものとする。

$$\begin{aligned} F &= \int_0^T \int_{\Omega_m} g(\mathbf{E}, \rho(\mathbf{x})) d\Omega dt \\ &= \int_{\Omega_m} \int_{t=0}^T G(\bar{E}, p) dt d\Omega \end{aligned} \quad (3.38)$$

ここで  $\mathbf{E}$  は電界ベクトル、 $\bar{E}$  は離散化された電界を保持するベクトル、 $p = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$  は設計変数ベクトルであり、 $\rho(\mathbf{x})$  の離散点  $(p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$  における値である。

他方、Maxwell の方程式を時間領域で離散化すると、以下の動的系の方程式を得る。

$$[M(p)]\{\ddot{\bar{E}}\} - [B(p)]\{\dot{\bar{E}}\} + [K(p)]\{\bar{E}\} = \{Q\} \quad (3.39)$$

ここで、 $\dot{\cdot}$ ,  $\ddot{\cdot}$  はそれぞれ、時間  $t$  についての一階、二階微分を表す。 $[M(p)]$ ,  $[B(p)]$  と  $[K(p)]$  はシステムマトリクスで、 $\{Q\}$  は、時間遷移問題における初期値、つまりは、入力パルスを表す。

Eq. (3.39) を用いると、FEM の AVM の場合の Eq. (3.29) への変形と同様に、 $F$  は次式で表す  $F^*$  へ書き改められる。

$$F^* = \int_{\Omega} \left[ \int_0^T \left\{ G(\bar{E}, p) - \hat{\mathbf{E}}^T \left( [M(p)]\{\ddot{\bar{E}}\} - [B(p)]\{\dot{\bar{E}}\} + [K(p)]\{\bar{E}\} - \{Q\} \right) \right\} dt \right] d\Omega \quad (3.40)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{E}}$  は随伴変数ベクトルである。

ここで、上式の第一変分を取ると次式になる。

$$\delta F^* = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial F^*}{\partial \bar{E}^T} \{\delta \bar{E}\} + \frac{\partial F^*}{\partial p^T} \{\delta p\} \right] d\Omega \quad (3.41)$$

ここで、Eq. (3.41) の停留条件は  $\hat{\mathbf{E}}$  の値の取かたによらないため、 $\hat{\mathbf{E}}$  は任意の値を選ぶことができる。そこで、 $\hat{\mathbf{E}}$  を次に示す随伴方程式を満足する値を取るように設定することとする。

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial \bar{E}^T} \left[ \int_0^T \left\{ G(\bar{E}, p) - \hat{\mathbf{E}}^T \left( [M(p)]\{\ddot{\bar{E}}\} - [B(p)]\{\dot{\bar{E}}\} + [K(p)]\{\bar{E}\} - \{Q\} \right) \right\} dt \right] d\Omega = 0 \quad (3.42)$$

$\ddot{E}$  と  $\dot{E}$  に対して部分積分を用いると、次式を得る.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{E}^T} \int_0^T G(\bar{E}, p) dt \right. \\ & - (\hat{\mathbf{E}}^T([M(p)]\{\dot{E}\} - [B(p)]\{E\}) - \dot{\mathbf{E}}^T[M(p)]\{E\})|_{t=T} \\ & + \int_0^T \left( \ddot{\mathbf{E}}^T[M(p)] - \dot{\mathbf{E}}^T[B(p)] + \hat{\mathbf{E}}^T[K(p)] \right) \{\bar{E}\} dt \\ & \left. - \int_0^T \hat{\mathbf{E}}^T\{Q\} dt \right] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

ここで,  $\hat{\mathbf{E}}(T) = 0$  と  $\dot{\mathbf{E}}(T) = 0$  を仮定すると、次のように簡略化できる.

$$\int_{\Omega} \left[ \int_0^T \left( \ddot{\mathbf{E}}^T[M(p)] - \dot{\mathbf{E}}^T[B(p)] + \hat{\mathbf{E}}^T[K(p)] - \frac{\partial}{\partial \bar{E}^T} G(\bar{E}, p) \right) dt \right] d\Omega = 0 \quad (3.44)$$

上式は下式を満たすことと等価である.

$$\begin{aligned} & [M(p)]\{\ddot{\mathbf{E}}\} - [B(p)]\{\dot{\mathbf{E}}\} + [K(p)]\{\hat{\mathbf{E}}\} = \left\{ \frac{\partial G}{\partial \bar{E}} \right\}^T \\ \text{subject to :} & \quad \{\hat{\mathbf{E}}(T)\} = 0, \quad \{\dot{\mathbf{E}}(T)\} = 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

ここで,  $\hat{\mathbf{E}}$  は上式を解くことで得られ, 感度ベクトルは, この値を Eq. (3.41) へ代入することで得られる. Eq. (3.45) は,  $\{\dot{\mathbf{E}}\}$  の項の負号が負である点以外は, Eq. (3.39) と同じである. 時間微分の項が逆転しているため, これは, オリジナル問題が初期値問題であったのに対し, 最終値問題となる. したがって, Eq. (3.45) は, オリジナル問題と同じ係数マトリクスを用いて, 時間を逆転させて解析することにより求めることができる. その時, 随伴問題の入射パルスは目的関数のための観測領域から入射される.

実際に FDTD 法で解析が行われる場合, 前節で述べた通り, これらの式は時空間の有限差分格子で離散化される. よって設計変数  $p_i$  についての目的関数の微分値は次式より求まる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial p_i} & \approx \frac{\partial^e F}{\partial p_i} - \int_{\Omega} \int_0^T \hat{E}^T \left( \frac{\partial[M]}{\partial p_i} \{\ddot{E}\} + \frac{\partial[B]}{\partial p_i} \{\dot{E}\} + \frac{\partial[K]}{\partial p_i} \{\bar{E}\} - \frac{\partial\{Q\}}{\partial p_i} \right) dt d\Omega \\ & = \frac{\partial^e F}{\partial p_i} - \int_{\Omega} \int_0^T \left( \hat{E}(t)^T \cdot \frac{\partial R(\bar{E}(t))}{\partial p_i} \right) dt d\Omega \end{aligned} \quad (3.46)$$

ここで,

$$R = [M(p)]\{\ddot{E}\} + [B(p)]\{\dot{E}\} + [K(p)]\{\bar{E}\} - \{Q\} \quad (3.47)$$

であり,  $\bar{E}(t)$  は FDTD 法の順方向の解析で求まる電界,  $\hat{E}(t)$  は,  $\bar{E}(t)$  についての随伴変数である.  $\Omega_i$  は  $p_i$  が配置された一セルの領域で,  $\bar{E}$  の  $E$  の上の  $-$  は, FDTD 法で事前に求まる値あり, 変数ではないことを示している. 右辺最初の偏微分項に付けられた上添字  $e$  は目的関数について設計変数に陽に依存している項の微分であることを表す.

FDTD 法では  $R$  は陽には定義されていないため, Eq. (3.34) から  $H$  を消去した波動方程式で代用する. これは有限差分近似で以下のように書き表される.

$$\frac{\partial F}{\partial p_i} \approx \frac{\partial^e F}{\partial p_i} - \sum_{\Omega} \sum_{t=0}^T \left( \frac{\hat{E}(t)_i \cdot \Delta_i R(\bar{E}(t))}{\Delta p_i} \right) \quad (3.48)$$

ここで

$$\Delta_i R(\bar{E}) = (\Delta_i \mathfrak{L})\bar{E} - (\Delta_i \tau) D_{tt} \bar{E} - (\Delta_i v) D_t J \quad (3.49)$$

$$\mathfrak{L} = h_X^2 D_{xx} + h_y^2 D_{yy} + h_z^2 D_{zz} \quad (3.50)$$

$$\tau = \mu_r \varepsilon_r (\Delta h / c \Delta t)^2, \quad v = \mu_0 \mu_r (\Delta h^2 / c \Delta t) \quad (3.51)$$

$$h_x = \Delta h / \Delta x, \quad h_y = \Delta h / \Delta y, \quad h_z = \Delta h / \Delta z \quad (3.52)$$

$$\Delta h = \min(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad (3.53)$$

$$D_{\xi\xi} \bar{E} = \bar{E}(\xi - \Delta\xi) - 2\bar{E}(\xi) + \bar{E}(\xi + \Delta\xi) \quad (3.54)$$

$$D_t J = J(t + \Delta t / 2) - J(t - \Delta t / 2) \quad (3.55)$$

であり,  $D_t$  と  $D_{\xi\xi}$ , ( $\xi = x, y, z, t$ ) はそれぞれ時間に関する一次差分演算子, 時間と空間に関する二次の差分演算子である.

実際には, 最初に給電面に入力電流パルスをあて, 順方向に FDTD 解析を行い, その間, 設計領域内と目的関数を算出するための観測面の電界値の履歴を  $\bar{E}(t)$  として, 保存する. 次に, 随伴電流  $\hat{J}(t)$  を観測面の  $\bar{E}(t)$  から次式を用いて算出する.

$$v D_t \hat{J}(t) = \hat{x} \frac{\partial G}{\partial E_x} + \hat{y} \frac{\partial G}{\partial E_y} + \hat{z} \frac{\partial G}{\partial E_z} \quad (3.56)$$

ここで  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  および  $\hat{z}$  は, 観測面の座標を表す.

次に, 随伴電流  $\hat{J}(t)$  を観測面に供給して, 逆時間方向に FDTD 解析を行う. そして, 順方向解析の時と同様に, 設計領域内の随伴電界の値の履歴を  $\hat{E}(t)$  として保存する.

最後に, 保存しておいた  $\bar{E}(t)$  と  $\hat{E}(t)$  の値を Eq. (3.48) に代入することにより設計感度を得る.

## 参考文献

- [1] Bendsoe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [2] Moses F. and Onoda J. Minimum weight design of structures with application to elastic grillages. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 1, No. 3, p. 1, 1969.
- [3] Zienkiewicz O. C. and Cambell J. S. *Optimum Structural Design*, chapter 7. Wiley, 1973. Shape Optimization and Sequential Linear Programming.
- [4] Yang R. and Chuang C. Optimal topology design using linear programming. *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2, pp. 265–275, 1994.
- [5] Svanberg K. The method of moving asymptotes- A new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, No. 2, pp. 359–373, 1987.
- [6] Fleury C. CONLIN: An efficient dual optimizer based on convex approximation concepts. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 2, pp. 81–89, 1989.
- [7] Hanson R. J. and Hiebert K. L. A sparse linear programming subprogram. Technical Report SAND81-0297, Sandia National Laboratories, 1981.
- [8] Fletcher R. *Practical Methods of Optimization*, Vol. 2, chapter 12. Wiely, 1981. Nonlinear Programming.



- [9] Bruns T. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30, No. 6, pp. 428–436, 2005.
- [10] Sigmund O. A 99 line topology optimization code written in matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 21, No. 2, pp. 120–127, 2001.
- [11] Fernandes P., Guedes J. M., and Rodrigues H. Topology optimization of three-dimensional linear elastic structures with a constraint on “perimeter”. *Computers & Structures*, Vol. 73, No. 6, pp. 583–594, Dec. 1999.
- [12] Matsui K. and Terada K. Continuous approximation of material distribution for topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 14, pp. 1925–1944, Apr. 2004.
- [13] Borrvall T. and Petersson J. Topology optimization using regularized intermediate density control. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, No. 37-38, pp. 4911–4928, 2001.
- [14] Guedes J. and Taylor J. On the prediction of material properties and topology for optimal continuum structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 14, No. 2, pp. 193–199, 1997.
- [15] Bendsøe M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 4, pp. 193–202, Dec. 1989.
- [16] Yoo J. and Hong H. A modified density approach for topology optimization in magnetic fields. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 2461–2477, 2004.
- [17] Okamoto Y. and Takahashi N. A novel topology optimization of nonlinear magnetic circuit using ON/OFF method. *IEEJ Transactions on Fundamentals and Materials*, Vol. 125–A, No. 6, p. 549, June 2005.
- [18] Jensen J. S. and Sigmund O. Topology optimization of photonic crystal structures: a high-bandwidth low-loss T-junction waveguide. *Journal of Optical Society of America B*, Vol. 22, No. 6, pp. 1191–1198, June 2005.
- [19] 山崎慎太郎, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝. レベルセット法に基づく機械構造物の構造最適化 (新しい再初期化方法の構築と剛性最大化問題への適用). 日本機械学会論文集. C 編, Vol. 73, No. 725, pp. 72–79, 20070125.
- [20] Haug E. J. and Arora J. S. Design sensitivity analysis of elastic mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 15, pp. 35–62, 1978.
- [21] Nikolova N. K., Saan R., Soliman E. A., Bakr M. H., and Bandler J. W. Accelerated gradient based optimization using adjoint sensitivities. *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, Vol. 52, No. 8, pp. 2147–2157, Aug. 2004.
- [22] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302–307, May 1966.

## 第 4 章

# スカラー解析による二次元電磁波問題への適用

### 4.1 はじめに

電磁材料内に周期的なマイクロストラクチャを構成することにより、材料の誘電率、透磁率などの電気特性を所定の特性値にしたり [1], 負の特性値のような現存する材料が持たない新しい特性を付加する材料の研究開発 [2, 3] が注目されている。このような複合電磁材料は、メタマテリアルと総称され、材料の特性値を適切に設計し利用することにより、アンテナや共振器などの高周波コンポーネントの小型化、性能の大幅な向上、さらにはコンポーネントへの新しい性能の付加の可能性が期待されている。

これらの周期的な構造を持つマイクロストラクチャの設計は、通常、設計者の経験に基づく直感と理論的考察から行われているが、この方法では、常に所望の特性値をもつ構造を創成することは難しい [4]。この問題を克服し、力学的および数学的根拠に基づいて所望の特性値をもつ構造を合理的に設計する方法として、トポロジー最適化 [5] の適用が考えられる。

現在までに、代表的なメタマテリアルであるフォトニック結晶内のマイクロストラクチャの最適構造設計については、幾つか報告されている [6, 7]。フォトニック結晶は、内部にフォトニックバンドギャップ構造をもつように設計され、特定の周波数の光波に対してエネルギーの透過を阻止することが可能である [8]。このようなバンドギャップ構造をもつ材料は、光波を始め、電波、音波、弾性波に対しても同様に存在し、光回路など様々な応用が期待されている。

しかしながら、従来までの研究では、マイクロストラクチャの基本設計構造となるユニットセルの全ての境界を周期境界として設定し、設計問題を固有値設定問題に帰着することにより、バンドギャップ構造を得るため、最も重要な設計要件である基本格子を最適化前に決定し、ユニットセルの形状という形で設定することになり、最適構造はその制約の中でしか得られない欠点をもつ [9]。

これに対して、設計問題を材料内部の電磁波の伝搬の問題として考え、ユニットセルの周期性に対する制約を緩和し、幾つかのマイクロストラクチャにより構成される部分構造の設計として最適化を行えば、ユニットセルを予め制約する必要がなくなるだけでなく、伝搬問題と捉えることにより問題設定の自由度が増し、バンドギャップ以外の特性、例えばインピーダンスマッチングなどについても設計できるなどの実用上の多くの利点をもつようになると考えられる [10, 11]。

しかし、波動伝搬の最適化において、自発的な周期構造の創成は一次元でしか行われていない。二次元周期構造は、直交する平面波入射という非常に限定的な状況において、正方格子を単位格子とした周期構造が得られ

ているのみで [9], 斜入射を考慮した最適化を行った前例はない. この理由としては, 一次元問題では入射波と反射波の伝搬経路が必ず重なりあうため, 周期的構造は必ずバンドギャップを有するのに対し, 二次元以上の多次元問題, 特に斜入射では, 入射波と反射波の伝搬経路が同一であるとは限らないため, 周期構造が必ずしもバンドギャップ構造にはならないことに起因すると考えられる [8].

そこで, 本研究では, 誘電体と空孔から構成される電磁界バンドギャップ (Electromagnetic Band Gap, EBG) [4], あるいはフォトニック結晶構造などの電磁波遮蔽構造を対象に, 上記の問題を解決するため, 設計問題を材料内部の電磁波の伝搬問題として, 新たに目的関数を定式化し, トポロジー最適化の方法に基づきマイクロストラクチャの構造創成設計法を構築する. すなわち, 設計領域内の電磁波の透過率を最小化することにより, 電磁波伝搬の複数のマイクロストラクチャを含めた二次元周期構造の設計可能な方法を開発する. そして, 周期的材料構造の創成に適した目的関数を提案することにより電磁波問題で見られる特異的な作用を持つ多次元周期構造の創成可能性について検討を行う.

## 4.2 定式化

### 4.2.1 トポロジー最適化

トポロジー最適化では, 第 2 章で述べた通り, 設計領域の材料の有無を特性関数  $\chi_{\Omega}(\mathbf{x})$  (Eq. (2.1)) で表現し, それにより設計形状を表現する構造最適化手法である. 本章では誘電体材料を用いた構造設計を行うため, 構造を表す代表物性テンソルは誘電率テンソルとする. また, 等方性材料を仮定するため, 誘電率テンソルは  $\varepsilon \mathbf{I}$  と表すことができる. ここで,  $\varepsilon$  はスカラー値である誘電率,  $\mathbf{I}$  は二階の単位テンソルである. したがって, 等方性である限り誘電率は線形性があるため, 大域的観点から均質化された誘電率は, 比誘電率を用いると以下のように線形関数で表現できる.

$$\varepsilon_r^H(\rho) = 1 + (\varepsilon_r^{\text{solid}} - 1)\rho \quad (4.1)$$

ここで,  $\varepsilon_r^{\text{solid}}$  は構造設計に用いる誘電体材料の比誘電率である. また,  $\rho$  は正規化密度であり,

$$0 \leq \rho \leq 1 \quad (4.2)$$

である.

### 4.2.2 設計領域

本研究では, 二次元スカラー解析に有限要素法を用い, 周期構造内部の電磁波伝搬を解析するための周期境界条件を利用する. 図 4.1 に示すように, 二次元の矩形形状の解析領域を考え, その領域の上端に入射境界  $\Gamma_1$ , 下端に出力境界  $\Gamma_2$ , 左右に周期境界  $\Gamma_3, \Gamma_4$  を設定する. この境界の設定により,  $x$  方向に無限の周期性を持ち,  $y$  方向に有限の長さをもつ解析領域を表現することが可能になる. なお, 入射境界条件の変動を回避するため, この設計領域から  $\Gamma_1, \Gamma_2$  隣接部を除いた半無限領域がトポロジー最適化における固定設計領域とする.

紙面に垂直方向に電界が分極した状態を考え,  $z$  軸方向に振幅を持ち,  $x$ - $y$  平面内を伝播する TE 波を仮定する. 領域内の電磁波の時間調和状態は Maxwell の方程式から導き出すことができる Helmholtz 方程式で記述される.

$$\nabla^2 E_z + k_0^2 \varepsilon_r E_z = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4.3)$$

ここで,  $E_z$  は電界の  $z$  成分,  $k_0$  は自由空間における波数で次式で表される.

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad (4.4)$$

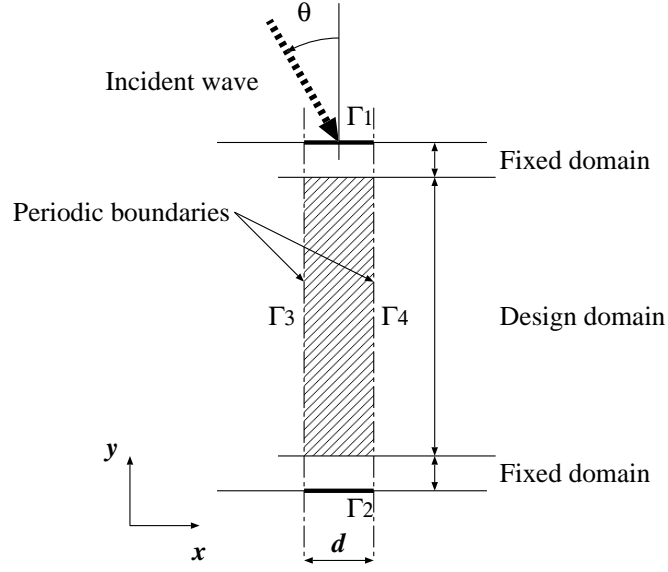


図 4.1 Analysis and design domain settings

そして,  $\omega$  は角周波数,  $\varepsilon_0$  と  $\mu_0$  は, 真空の誘電率と透磁率である.  $\varepsilon_r$  は材料の比誘電率である. Eq. (4.3) は, 第 3 章, 3.3.1 節にて述べた二次元スカラー解析の有限要素法の手順で解くことができる. このとき,  $x$  方向に設定される周期境界を介して共有されている節点の  $z$  方向の電界  $E_3$  (on  $\Gamma_3$ ),  $E_4$  (on  $\Gamma_4$ ) を, 次式により位相差を考慮して拘束する [12]. これにより, Eq. (4.3) の弱形式は次式で書き表される.

$$\int_{\Omega_A} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) - \varepsilon_r k_0^2 \tilde{E}_z E_z \right] d\Omega = \int_{\Gamma} \tilde{E}_z \frac{\partial E_z}{\partial n} d\Gamma \quad \text{for } E_z \in V_A, \forall \tilde{E}_z \in V_A \quad (4.5)$$

$$V_A = \left\{ E_z \in H^1(\Omega_A) \quad \text{with } E_z|_{\Gamma_4} = \xi E_z|_{\Gamma_3}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{\Gamma_4} = \xi \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{\Gamma_3} \right\} \quad (4.6)$$

$$\xi = \exp(-j\sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0 \sin \theta) \quad (4.7)$$

ここで  $\varepsilon_{r1}$  は  $\Gamma_1$  隣接部の比誘電率,  $\theta$  は図 4.1 に示される入射角である. これにより, 斜入射した平面波の入射角の影響を, 境界上で表現することができる. また,  $\tilde{E}_z$  は試験関数,  $\int_{\Omega} d\Omega$  は, 解析領域での面積積分,

$\int_{\Gamma} d\Gamma$  は  $\Omega$  の周囲  $\Gamma$  での線積分を表し,  $\frac{\partial}{\partial n}$  は  $\Gamma$  における外向き法線方向の微分を表す.

今回の問題では, 図 4.1 に示すような, 上端に入射境界  $\Gamma_1$ , 下端に出力境界  $\Gamma_2$ , 左右に周期境界  $\Gamma_3, \Gamma_4$  を配置した矩形領域が解析対象である. これで,  $x$  方向に無限の周期を持ち,  $y$  方向に有限の長さをもつ領域を表現している.

#### 4.2.3 単入射波の場合の最適化問題定式化

まず, 単入射波の場合の最適化問題を定式化する. 周波数  $\omega$  の入射波が解析領域に上の境界  $\Gamma_1$  より入射角  $\theta$  で到来し, 下の境界  $\Gamma_2$  へ透過していくものとする. この構造を透過していく電力を最小化する問題を考

える。電磁波により解析領域へ進入する電力  $P_{\text{inc}}$  と解析領域から放出される電力  $P_{\text{out}}$  は、それぞれ下式で定式化される。

$$P_{\text{inc}} = \int_{\Gamma_1} P d\Gamma \quad (4.8)$$

$$P_{\text{out}} = \int_{\Gamma_2} P d\Gamma \quad (4.9)$$

ここで  $P$  は Poynting ベクトルの  $y$  成分、すなわち境界  $\Gamma_1$  または  $\Gamma_2$  にたいして垂直方向の成分であり、次式で表される。

$$P = \Re \left[ -\frac{1}{2} E_z \left( -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial y} \right)^\dagger \right] \quad (4.10)$$

ここで  $^\dagger$  は複素共役を表す。この  $P_{\text{inc}}$  に対する  $P_{\text{out}}$  の比は透過係数  $|S_{21}|$  の 2 乗に等しく次式のように書き表され、構造体の性能の評価指標となる。したがって、まず、これを目的関数とすることが考えられる。

$$F_1 = |S_{21}|^2 = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{inc}}} \quad (4.11)$$

すなわち、 $|S_{21}|$  を最小化することは  $\Gamma_2$  を通過する電磁波を最小化することと等価となる。

ところで、電磁波問題を考慮した構造最適化問題は、多峰性、つまり多くの局所解を持つ問題となる。この理由のひとつとして、電磁波は減衰が小さいことから局所的な構造変更の影響が広範囲に及ぶことがあげられる。このことは、逆にいえば、ある場所の状態変数に影響をあたえる構造の箇所が広範囲に存在することになる。このことから、目的関数を向上させる構造変更の組み合わせが無数に存在することになるため局所解が多く存在する。これに対し、Jensen らは、電磁波問題に人工的な減衰項を導入することを提案している [13]。これにより、目的関数の多峰性の特性が弱まり、単調性が付与されるとしている。しかし、反復解法により、人工的な減衰項の寄与を徐々に減らしていく必要があるため計算効率が低い。

また、二次元や三次元の問題の電磁波遮蔽構造の設計においては、最適化の過程において、透過波や反射波の経路により変動する干渉による影響が深刻になる。例えば、ふたつの経路を通った反射波が  $\Gamma_2$  で干渉を起こし相殺され、 $\Gamma_2$  での振幅が小さくなった場合、 $F_1$  が低くみつめられることとなる。一次元構造問題においては、入射波の経路と反射波の経路は常に同一線上にあるため、このような問題は起きない。このような局所解では、しばしば構造は不明瞭であり、性能もあまりよくない。

周期境界を導入する場合、干渉の組み合わせが増えるため、問題の抜本的な解決策が必要となる。そこで、この干渉による局所解の問題を解決するため、次のような単調性の高い目的関数を提案する。

$$F_2 = |S_{21}^{\text{area}}|^2 = \frac{P_{\Omega_t}/A_{\Omega_t}}{P_{\text{inc}}/d} \quad (4.12)$$

ここで、

$$P_{\Omega_t} = \int_{\Omega_t} P d\Omega \quad (4.13)$$

であり、 $A_{\Omega_t}$  と  $d$  は Fig. 4.2 に示す評価領域  $\Omega_t$  の面積と幅である。この目的関数では、評価領域  $\Omega_t$  全体における電力  $P$  を考慮しているため、評価領域の上流で電力の透過を遮蔽する構造が高く評価されるため、目的関数の単調性があがる。そして、このことから、出力境界  $\Gamma_2$  近辺での、干渉による局所的な透過電力の低下による局所解を回避できる。さらには、設計領域全体が遮蔽性能を持つ設計を要求する効果が期待できる。

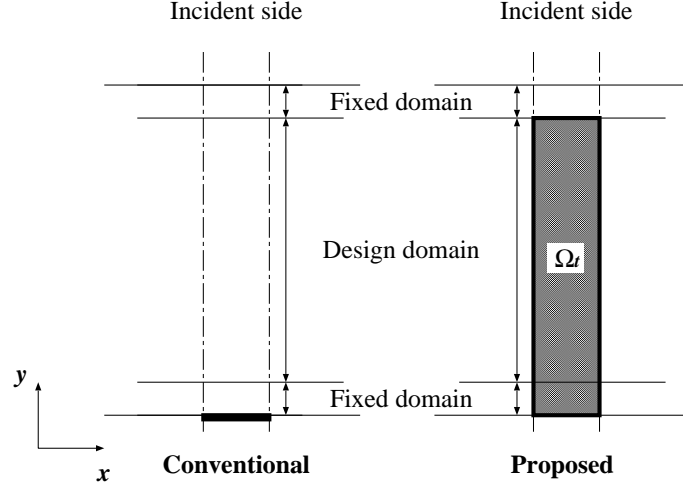


図 4.2 Evaluation area for the transmission coefficient  $|S_{21}|$

これにより、単一の入射波を考慮した最適化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{Minimize}} & F_2 &= |S_{21}^{\text{area}}|^2 = \frac{P_{\Omega_t}/A_{\Omega_t}}{P_{\text{inc}}/d} \\ & \text{subject to} & & 0 \leq \rho \leq 1 \end{aligned} \quad (4.14)$$

#### 4.2.4 複数入射波の場合の最適化問題定式化

つぎに  $m$  個の入射条件に同時に最適化する場合考える。入射条件は、周波数と入射角の片方あるいは両方が異なる条件をとり得るとする。 $k$  番目の入射条件の周波数を  $\omega_k$ 、入射角を  $\theta_k$  とする。この  $k$  番目の入射条件についての  $|S_{21}|$  を  $|S_{21}(\omega_k, \theta_k)|$  と表記することとする。最適化問題は目的関数に Eq. (4.12) の  $F_2$  を用いると、次式の様になる。

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{Minimize}} & F_{2,k} &= |S_{21}^{\text{area}}(\omega_k, \theta_k)|^2 \text{ for } k = 1, \dots, m \\ & \text{subject to} & & 0 \leq \rho \leq 1 \\ & & & \int_{\Omega_A} \left[ \left( \frac{\partial \tilde{E}_{z,k}}{\partial x} \frac{\partial E_{z,k}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{E}_{z,k}}{\partial y} \frac{\partial E_{z,k}}{\partial y} \right) - \varepsilon_r k_0^2 \tilde{E}_{z,k} E_{z,k} \right] d\Omega = \int_{\Gamma_1} \tilde{E}_{z,k} \frac{\partial E_{z,k}}{\partial n} d\Gamma \\ & & & \text{for } E_{z,k} \in V_{A,k}, \forall \tilde{E}_{z,k} \in V_{A,k}, \text{ for } k = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (4.15)$$

ここで、

$$V_{A,k} = \left\{ E_{z,k} \in H^1(\Omega_A) \quad \text{with } E_{z,k}|_{\Gamma_4} = E_{z,k}|_{\Gamma_3}, \quad \frac{\partial E_{z,k}}{\partial x} \Big|_{\Gamma_4} = \xi_k \frac{\partial E_{z,k}}{\partial x} \Big|_{\Gamma_3} \right\} \quad (4.16)$$

$$\xi_k = \exp(-j\sqrt{\varepsilon_{r1}}k_0 \sin \theta_k) \text{ for } k = 1, \dots, m \quad (4.17)$$

であり、 $E_{z,k}$  は  $k$  番目の入射条件の入射波による電界の  $z$  成分である。

しかしながら、この定式化を用い最適化を行うと、設計領域境界にギャップ層を生じてしまう。このようなギャップ層は、全ての周波数の電磁波に対して反射効果を持つものであり、特定の周波数の電磁波のみを遮蔽

する構造を設計したい場合望ましくない構造である。また、設計領域の両端にギャップが発生すると、設計領域が浮遊した構造となり作成できなくなるという問題もある。したがって、遮蔽したい周波数とは異なる電磁波の透過を促すことでこれを回避する。その周波数  $\omega_{\text{pass}}$  であるが、以下の条件を満たすものが適当である。

$$\omega_{\text{max}} < \omega_{\text{pass}} < 2\omega_{\text{max}} \quad (4.18)$$

ここで、 $\omega_{\text{max}}$  は、 $\omega_k$  for  $k = 1, \dots, m$  のうち最大の値である。この条件は、透過波は全ての遮蔽する波の周波数を上回る必要があるが、できるだけ低次のモードであることを満たすための目安である。よって、以下のような目的関数を考慮することにする。

$$\underset{\rho}{\text{Maximize}} F_{2,\text{pass}} = |S_{21}^{\text{area}}(\omega_{\text{pass}}, \theta_{\text{pass}})|^2 \quad (4.19)$$

ここで、 $\theta_{\text{pass}}$  は透過させる入射波の入射角である。さらに、設計領域内の誘電体材料の量を最大化することで、このようなギャップの発生を抑え、さらに、誘電体が空隙中に独立して存在する状況を避け、作成が可能なエアホール型の構造の創成を促すことにする。

$$\underset{\rho}{\text{Maximize}} V = \int_D \rho(x) / A_D d\Omega \quad (4.20)$$

ここで、 $A_D$  は設計領域の面積である。

上述した三つの目的関数 Eqs. (4.15), (4.19), (4.20) を考慮した設計解を得るため、下式のような多目的目的関数を、重み付き総和法 [14] に基づき設定する。

$$\underset{\rho}{\text{Minimize}} F = \sum_{k=1}^m w_k F_{2,k} - w_{\text{pass}} F_{2,\text{pass}} - w_V V \quad (4.21)$$

ここで、 $w_k$ ,  $w_{\text{pass}}$  と  $w_V$  は  $F_{2,k}$ ,  $F_{2,\text{pass}}$  と  $V$  に対する重み係数である。

## 4.3 実装

### 4.3.1 斜入射特性解析のための有限要素法

数値解析には、Fig. 4.3 に示す三角形六節点二次要素の二次元有限要素法を用いる。Eq. 4.5 に、ガラーキン法を適用すると、次式を得る。

$$\mathbf{A}\mathbf{E} = \mathbf{G} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{A} = \sum_e \iint_e \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial y} - k_0^2 \epsilon_e \mathbf{N} \mathbf{N}^T \right] dx dy \quad (4.23)$$

$$\mathbf{G} = \sum_e' \left[ \int_e \mathbf{N}_1 \frac{\partial E_z}{\partial y} \Big|_{\Gamma_1} dy - \int_e \mathbf{N}_2 \frac{\partial E_z}{\partial y} \Big|_{\Gamma_2} dy - \int_e \mathbf{N}_3 \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{\Gamma_3} dx + \int_e \mathbf{N}_4 \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{\Gamma_4} dx \right] \quad (4.24)$$

ここで、 $\mathbf{N}_{1,\dots,4}$  は、それぞれ境界  $\Gamma_{1,\dots,4}$  における形状関数ベクトルである。 $\sum_e$  は、全要素についての総和、 $\sum_e'$  は全境界  $\Gamma_{1,\dots,4}$  についての総和を意味する。

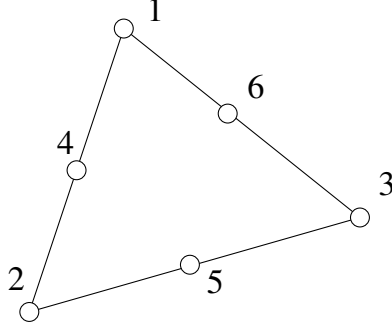


図 4.3 Triangular element with six nodal points

上式を四つの境界  $\Gamma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 上の節点ごとに分割して表現すれば、次式となる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{00} & \mathbf{A}_{01} & \mathbf{A}_{02} & \mathbf{A}_{03} & \mathbf{A}_{04} \\ \mathbf{A}_{10} & \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} & \mathbf{A}_{14} \\ \mathbf{A}_{20} & \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} & \mathbf{A}_{24} \\ \mathbf{A}_{30} & \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} & \mathbf{A}_{34} \\ \mathbf{A}_{40} & \mathbf{A}_{41} & \mathbf{A}_{42} & \mathbf{A}_{43} & \mathbf{A}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \\ \mathbf{E}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_3 \\ \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

ここで,  $\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$ , および  $\mathbf{E}_4$  は, 解析領域内のと境界  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ , および  $\Gamma_4$  の節点における電界ベクトル,  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ , および  $\mathbf{G}_4$  は, 境界  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ , および  $\Gamma_4$  についての境界積分項である.  $\mathbf{A}_{pq}$  ( $p, q = 0, \dots, 4$ ) は,  $\mathbf{E}_p$  (for  $p = 0, \dots, 4$ ) に関する部分行列である. なお, 境界  $\Gamma_3$  と  $\Gamma_4$  は周期境界条件を課すために, 同じ要素分割であるとする. そして,  $\Gamma_3, \Gamma_4$  に次式で示す周期境界条件, すなわち, 位相差を考慮した拘束を課す.

$$\mathbf{E}_4 = \xi \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{G}_4 = -\xi \mathbf{G}_3 \quad (4.26)$$

ここで,  $\xi$  は式 (4.7) と同様である. 式 (4.26) の関係式を式 (4.25) に適用すれば、次式となる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{00} & \mathbf{A}_{01} & \mathbf{A}_{02} & \tilde{\mathbf{A}}_{03} \\ \mathbf{A}_{10} & \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \tilde{\mathbf{A}}_{13} \\ \mathbf{A}_{20} & \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \tilde{\mathbf{A}}_{23} \\ \tilde{\mathbf{A}}_{30} & \tilde{\mathbf{A}}_{31} & \tilde{\mathbf{A}}_{32} & \tilde{\mathbf{A}}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

となる. ここで,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_{p3} &= \mathbf{A}_{p3} + \xi \mathbf{A}_{p4} & \text{for } p = 0, 1, 2 \\ \tilde{\mathbf{A}}_{3q} &= \mathbf{A}_{3q} + \xi^\dagger \mathbf{A}_{4q} & \text{for } q = 0, 1, 2 \\ \tilde{\mathbf{A}}_{33} &= \mathbf{A}_{33} + \xi \mathbf{A}_{34} + \mathbf{A}_{44} + \xi^\dagger \mathbf{A}_{43} \end{aligned} \quad (4.28)$$

で  $\dagger$  は複素共役を示す.

### 4.3.2 最適化方法

設計変数は, Eq. (4.1) における  $\rho$  とする. 構造表現のための空間の離散化は数値解析のための有限要素を利用することとし, 各要素ごとに設計変数を配置する. ここで, 各要素内の  $\rho$  は一様と仮定する. つまり,



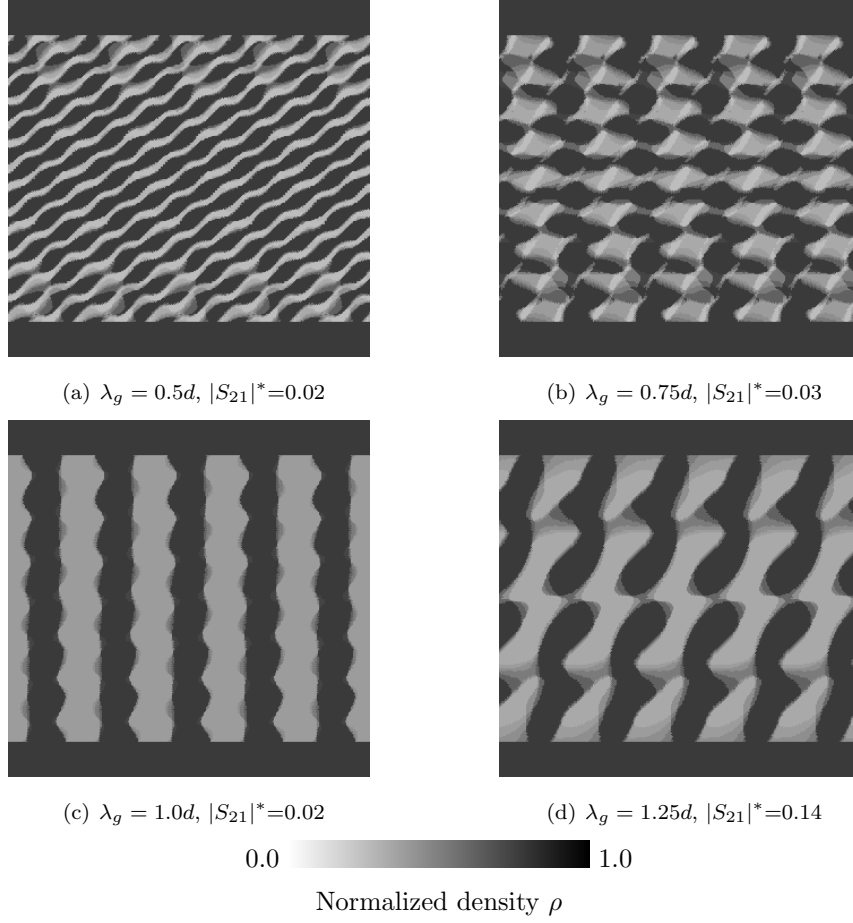


図 4.4 Optimal configurations obtained by the objective function in Eq. (4.11)

要素ベーストポロジー最適化を用いる。また、最適化アルゴリズムは、逐次線型計画法 (Sequential Linear Programming, SLP)[15, 16] を用いる。

## 4.4 数値例

### 4.4.1 目的関数による違いの比較

まず始めに、Eq. (4.11) と Eq. (4.12) の二つの目的関数により得られる最適構造の違いを検証する。Fig. 4.4 に Eq. (4.11) より得られる最適構造、Fig. 4.5 に Eq. (4.12) より得られる最適構造を示す。両方の図での (a), (b), (c), (d) は、それぞれ入射波の媒質内波長  $\lambda_g$  がそれぞれ  $0.5d$ ,  $0.75d$ ,  $1.0d$ ,  $1.25d$  となっている場合を意味する。全ての例題において入射角は  $30^\circ$  となっている。各最適構造における  $|S_{21}|$  の値,  $|S_{21}|^*$  も Fig. 4.4 と Fig. 4.5 に表記してある。そして、Fig. 4.7 と Fig. 4.8 は、Fig. 4.4 と Fig. 4.5 に示した最適構造を計算したときの目的関数の推移を示したグラフである。そのうち、両者の違いを明確に示すためイタレーション 20 回分を示した。

これらの図において、黒い領域は誘電体材料を表し、白い領域は空隙を表す。しかしながら、Fig. 4.4 では、

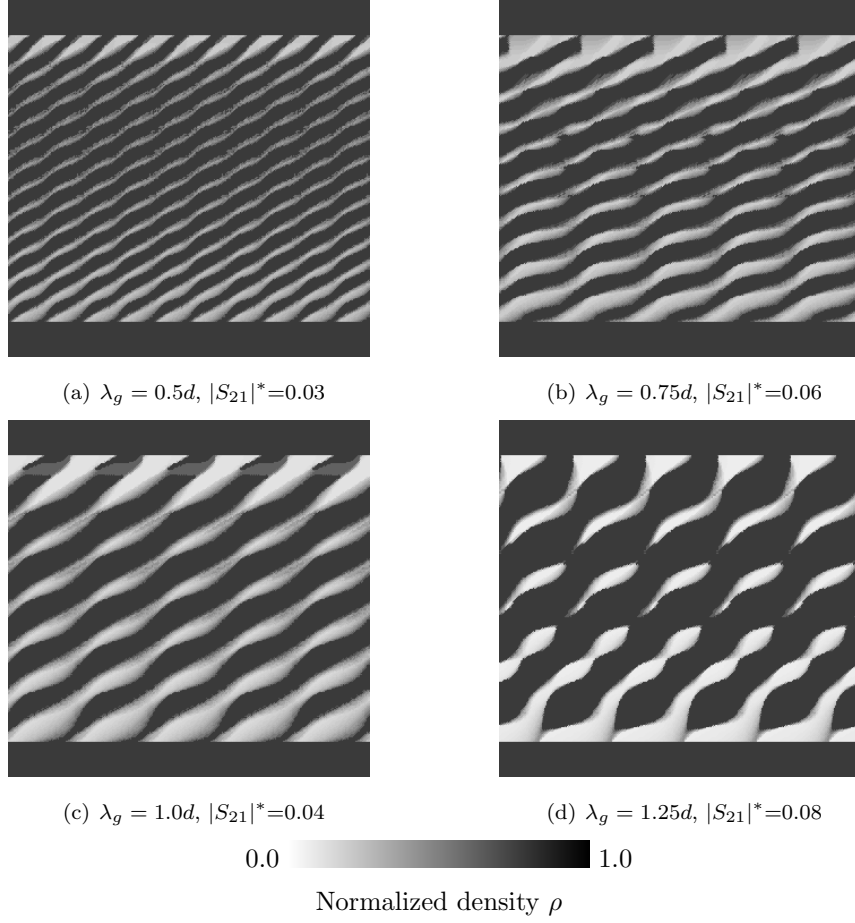


図 4.5 Optimal configurations obtained by the objective function in Eq. (4.12)

暗い領域と明るい領域しかなく明白な空隙の領域はない. Fig. 4.4 に示した Eq. (4.11) より得られた最適構造は, 例題 (a) 以外は, 大まかには縦方向の縞模様を形成している. とくに Fig. 4.4 での例題 (c) は, 縦縞構造が明確である. このような構造の電磁波遮蔽機能の原理は以下のように説明できる. Fig. 4.6 に示したとおり, 縦縞のそれぞれを電磁波が通り, 設計領域末端までそのまま到達する. しかしながら, 縞のそれぞれの線で誘電率が異なるため, 位相差が  $180^\circ$  となっているときに振幅を相殺し,  $|S_{21}|$  を下げている.

このようなメカニズムに基づいた最適構造では, 設計領域末端まで電磁波によるエネルギーは減衰せず, 結果として, 設計自由度を生かしきれていない設計となっている. また, このような長い経路を経た後の位相差に依存した設計は経路の誘電率に過敏であり好ましくない.

他方, Fig. 4.5 に示した Eq. (4.12) による設計解は全て傾いた多層構造となっている. これは, 誘電体ミラー構造, あるいは一次元フォトニックバンドギャップ構造を実現しているもので, さらに入射角の方向に応じた形状になっていて, 物理学的観点からも非常に合理的である. このような構造では, 電磁波の遮蔽機能は設計された領域の全てで発揮されるような構造になっている. 言い替えると, エネルギー遮蔽機能が局所構造により実現されており, エネルギー遮蔽機能を有するマイクロストラクチャの設計ができていると考えられる.

目的関数の推移を Fig. 4.7 と Fig. 4.8 で比較すると, Eq. (4.11) で得られた履歴は大きく振動しているのに対し, Eq. (4.12) は, ほぼ単調降下している. これは, Eq. (4.11) の位相差による相殺メカニズムの設計変動

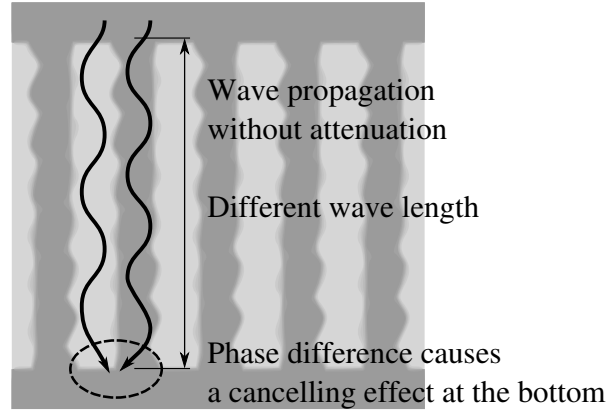


図 4.6 Wave cancellation mechanism of vertically aligned structure

に対する過敏な特性を Eq. (4.12) がうまく回避していることを示している。

#### 4.4.2 単一の入射角と最適形状の関係

次に、単一の入射波を用い、入射角と最適構造の関係を検証する。再び、目的関数に Eq. (4.12) を用い、入射波の媒質内波長、 $\lambda_g$  を  $0.5d$  に設定する。Fig. 4.9 に、入射角  $\theta$  を変更して得られた最適構造を示す。図中の (a), (b), (c), (d) は、入射角をそれぞれ  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  に設定したことを表す。

どの例題にでも、入射角に垂直な多層構造が得られていて、提案手法があたえられた入射角にたいして正しい最適解を導いていることを示している。

#### 4.4.3 複数の異なる入射角の同時入射

次は、複数の異なる入射角をもつ入射条件に対し、最適化を行う。Fig. 4.10 に、いろいろな入射角の組み合わせにより得られた最適構造を示す。目的関数には Eq. (4.21) を用いたが、ここでは、Eq. (4.19) と (4.20) はまだ考慮しない。すなわち、全ての例題において、Eq. (4.21) において、 $w_{\text{pass}}$  と  $w_V$  は 0 としている。入射波の媒質内波長  $\lambda_g$  は、例題 (a), (b), (c) について、それぞれ  $0.75d$ ,  $1.0d$ ,  $1.25d$  とする。そして、例題 (a), (b), (c) では入射角が  $-30^\circ$  と  $30^\circ$  の二つの入射条件について同時に最適化する。ここで、 $w_k$  は入射条件の個数の逆数にする。すなわち、例題 (a), (b), (c) については  $w_k$  を 0.5 に設定する。

例題 (d) では、入射波の媒質内波長  $\lambda_g$  を  $1.0d$  とし、入射角を  $-70^\circ$  から  $70^\circ$  まで  $10^\circ$  間隔に設定した 14 の入射条件について同時に最適化する。例題 (d) についても Eq. (4.19) と (4.20) は考慮せず、 $w_k$  は入射条件の個数の逆数、すなわち 0.0714 とする。

Fig. 4.10 の例題 (a) の最適構造は波打った多層膜構造になっている。他方、他の例題の最適構造は基本的には空孔が配列した構造をとっている。さらに例題 (b) では、三角格子上に空孔が配列している。例題 (c) も例題 (b) と類似の構造であるが、例題 (b) ほど規則的な格子配列にはなっていない。これらの結果から、二次元のバンドギャップ構造を最適化する場合は、周期境界の周期と波長の関係が重要であり、特定の波長に設定した場合のみ、規則配列が得られることがわかる。

例題 (d) では、例題 (b) と同じ入射波長についての最適化結果で、両者は良く似た構造をとっている。例題

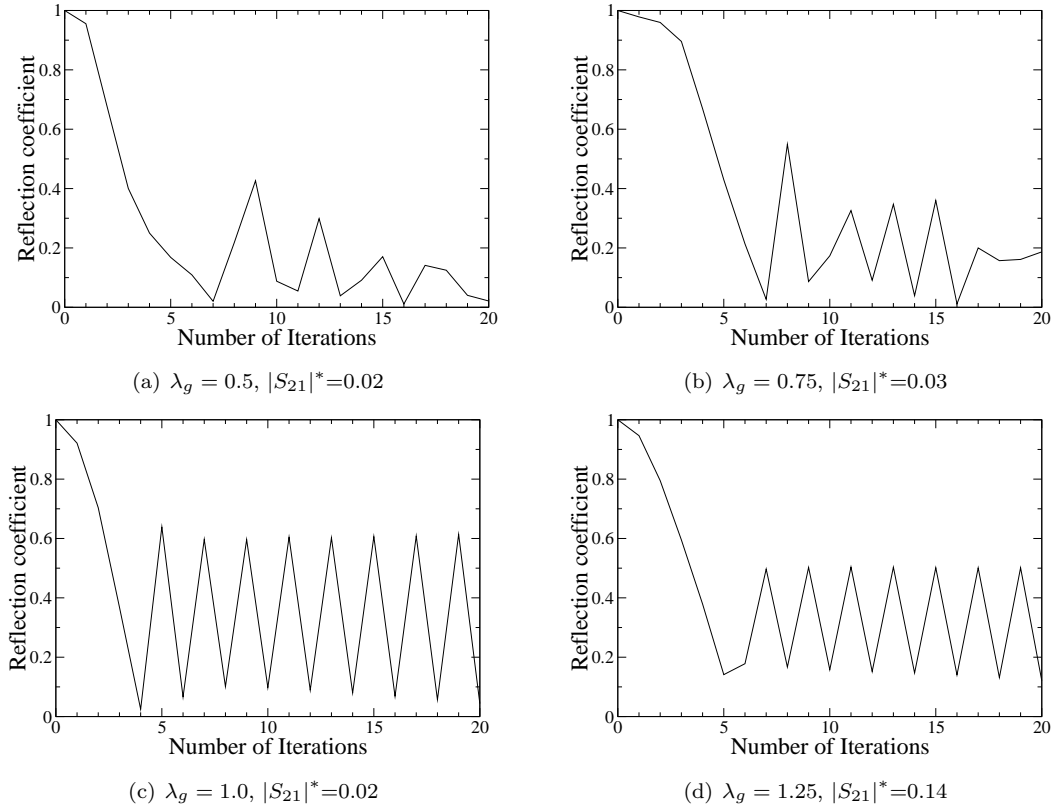


図 4.7 Iteration histories of  $|S_{21}|^*$  obtained by the objective function in Eq. (4.11)

(d) の最適構造も、角空孔の大きさや形はバラツキがあるものの、三角格子上に空孔が配列している。これは、例題 (d) は広角に網羅的に入射角を設定しているので、この結果から、二次元バンドギャップ構造には、三角格子が適していることを示唆しているといえ、この結果は、従来の逆均質化法など四角形のユニットセルをあらかじめ設定した方法では得られないものである。

#### 4.4.4 設計領域の界面への対策

最後に、目的関数 Eq. (4.21) について、Eq. (4.19) と (4.20) を考慮した場合について最適化を行う。Fig. 4.11 は、Eq. (4.19) と (4.20) を考慮した場合としていない場合の最適構造である。入射条件は例題 (a), (b) 両方とも前節 4.4.3 節の例題 (b) と同じである。すなわち、入射波の媒質内波長  $\lambda_g$  は  $1.0d$  で、入射角は  $-30^\circ$  と  $30^\circ$  について同時に最適化している。

例題 (a) では、Eq. (4.19) と (4.20) は考慮しておらず、例題 (b) では、Eq. (4.19) と (4.20) を考慮している。 $w_k F_{2,\text{pass}}$  も含めて同じ値に設定し、他方、 $w_V$  は  $w_k$  の 10 倍に設定してある。これにより、 $w_k$  と  $w_{\text{pass}}$  は例題 (a) では、0.5、例題 (b) では、0.077 としている。 $w_V$  は例題 (a) では、0 で例題 (b) では、0.769 である。 $\omega_{\text{pass}}$  と  $\theta_{\text{pass}}$  は、例題 (b) で、それぞれ  $1.4\omega$  と  $0^\circ$  としている。

例題 (a) での最適構造は、前述した通り、三角格子上に空孔が配列した構造をとっているが、設計領域の上端および下端と非設計領域との間に空隙によるギャップが生じている。他方、例題 (b) の最適構造では、同じく三角格子上に空孔が配列した構造をとっていて、なおかつ設計領域と非設計領域が連続した構造になっている。

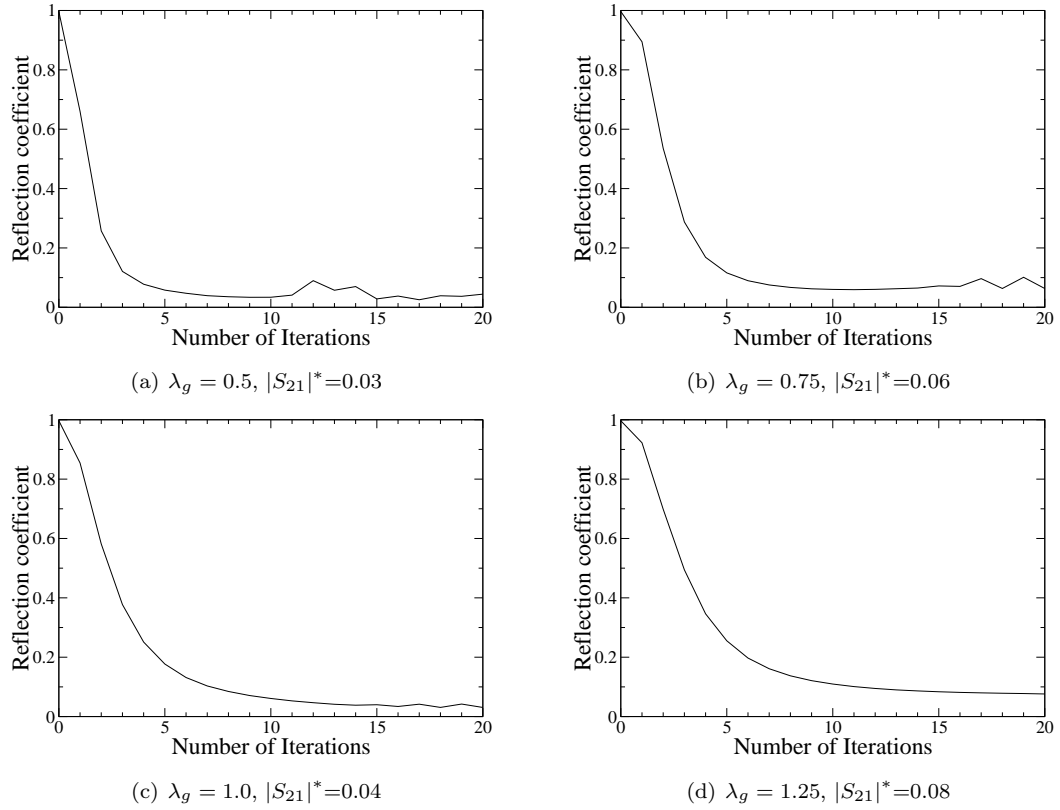


図 4.8 Iteration histories of  $|S_{21}|^*$  obtained by the objective function in Eq. (4.12)

これにより, Eq. (4.19) は有用であり, Eq. (4.20) により, 連続した構造によるエアホール型の構造が得られていることがわかる.

## 4.5 まとめ

この章では, 斜入射特性も考慮した電磁波を遮蔽する電磁材料のマイクロストラクチャ設計を行うためのトポロジー最適化手法を構築した. この章における結果を以下にまとめる.

- 1) 設計問題を二次元 TE 波伝搬問題として定式化し, 斜入射の扱える一次元的周期性を持つ解析領域を設定し, 基本格子の制約のない最適化方法を提案した.
- 2) 減衰の少ない二次元の波動伝搬問題で明確な周期構造を得るため, 設計領域全体を含む評価領域を設定し, 評価領域内の全透過エネルギーに基づいた新しい目的関数を定義した.
- 3) 提案した目的関数を単一の斜入射条件で最小化したところ, 入射角に応じた多層構造という物理的に妥当な解が得られ, 提案した目的関数の有用性が示せた.
- 4) 提案した目的関数を複数の入射角について最小化し, バンドギャップ周波数より大きい透過波について最大化し, 体積も同時に最大化することで三角格子を基本格子とする二次元ホールアレー構造を創出できた.

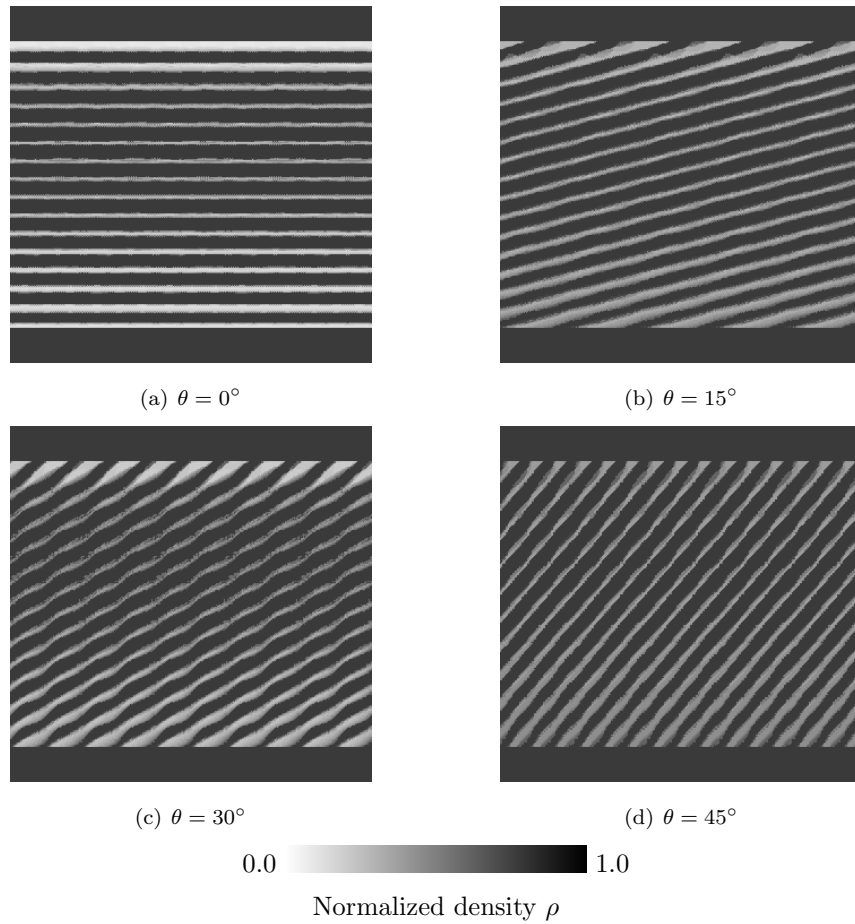


図 4.9 Optimal configurations for various incident angles of  $\theta$

## 参考文献

- [1] 栗井郁雄. 内部構造を持ったマイクロ波共振器. 電子情報通信学会論文誌 C, Vol. 85, No. 4, pp. 217–226, 2002.
- [2] Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D. J., and Stewart W. J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 47, No. 11, pp. 2075–2084, Nov. 1999.
- [3] Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., and Schultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, Vol. 84, No. 18, pp. 4184–4187, May 2000.
- [4] Rahmat-Samii Y. and Mosallaei H. Electromagnetic band-gap structures: classification, characterization, and applications. In *Proc. Inst. Elect. Eng. ICAP Symp.*, Vol. 2, pp. 560–564, Apr. 2001.
- [5] Bendsøe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homoge-

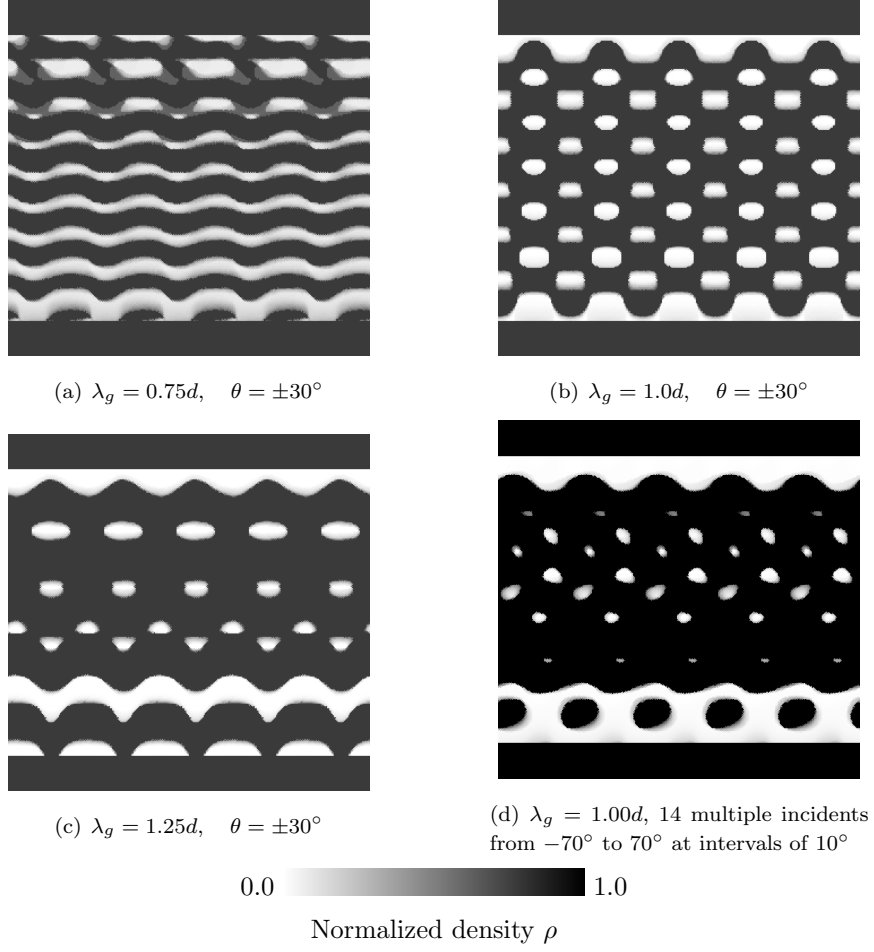


图 4.10 Optimal configuration obtained by simultaneous various input angles

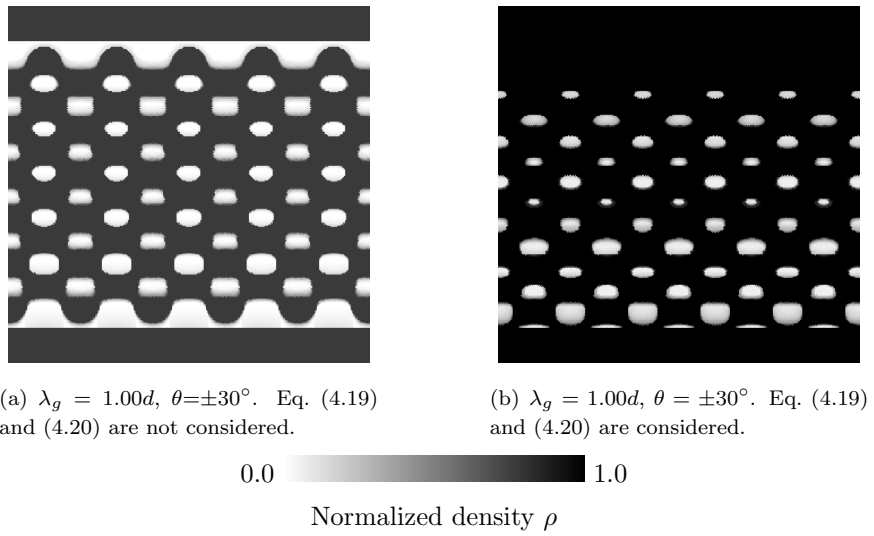


图 4.11 Comparison of Eq. (4.19) and (4.20) being considered and not considered

- nization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [6] Cox S. J. and Dobson D. C. Band structure optimization of two-dimensional photonic crystals in H-polarization. *Journal of Computational Physics*, Vol. 158, pp. 214–24, 2000.
  - [7] Burger M., Osher S. J., and Yablonovitch E. Inverse problem techniques for the design of photonic crystals. *IEICE Transaction Electron*, Vol. E87-C, No. 3, pp. 258–265, Mar. 2004.
  - [8] Joannopoulos J. D., Meade R. D., and Winn J. N. Photonic crystals. *NJ: Princeton Univ. Press*, 1995.
  - [9] Sigmund O. and Jensen J. S. Systematic design of phononic band gap materials and structures by topology optimization. *Philosophical Transactions of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 361, pp. 1001–1019, Mar. 2003.
  - [10] Gingrich M. and Werner D. Synthesis of low/zero index of refraction metamaterials from frequency selective surfaces using genetic algorithms. *Electronics Letters*, Vol. 41, No. 23, pp. 1266–1267, Nov. 2005.
  - [11] Kern D. J., Werner D. H., Monorchio A., Lanuzza L., and Wilhelm M. J. The design synthesis of multiband artificial magnetic conductors using high impedance frequency selective surfaces. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 53, No. 1, pp. 8–17, Jan. 2005.
  - [12] 中田康則, 小柴正則, 鈴木道雄. 誘電体格子による平面波回折の有限要素法解析. 電子通信学会論文誌, Vol. J69-C, No. 12, pp. 1503–1511, Dec. 1986.
  - [13] Jensen J. S. and Sigmund O. Topology optimization of photonic crystal structures: a high-bandwidth low-loss T-junction waveguide. *Journal of Optical Society of America B*, Vol. 22, No. 6, pp. 1191–1198, June 2005.
  - [14] Zadeh L. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 8, No. 1, pp. 59–60, Jan. 1963.
  - [15] Zienkiewicz O. C. and Cambell J. S. *Optimum Structural Design*, chapter 7. Wiley, 1973. Shape Optimization and Sequential Linear Programming.
  - [16] Yang R. and Chuang C. Optimal topology design using linear programming. *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2, pp. 265–275, 1994.





## 第 5 章

# ベクトル解析による三次元電磁波問題への適用

### 5.1 はじめに

トポロジー最適化手法は、1988 年に構造工学の分野で Bendsøe と菊池により提案され [1]、現在、構造設計の有用な一手法として利用されている。トポロジー最適化の電磁界問題へ応用は、1996 年に Dyck らが OMD (Optimizing Material Distribution) [2] を提案し、モータなどの電磁機器の磁性体材料設計に利用されるようになった [3, 4]。マイクロ波帯デバイスへの応用としては、2003 年に Kiziltas らが、密度法と有限要素境界積分法を組み合わせ、マイクロストリップアンテナの広帯域化を目的にパッチアンテナの基板の設計を行った [5]。

従来の研究では、数値解析としては、主に有限要素法が用いられてきた。これは、目的関数の感度を計算する際に、構造工学の分野で広く使われている有限要素法では随伴変数法 (Adjoint Variable method, 以下, AVM) [6] を利用することで目的関数の感度を容易に求められるためである。しかしながら、実際にトポロジー最適設計を用いて三次元構造のアンテナなどの高周波コンポーネントを設計する場合を考えると、有限要素法のような周波数領域解析では、利用される周波数範囲において数値解析を何回も繰り返す必要があり、効率の高い計算手法が必要とされる [7]。

最近のアンテナ設計では、数値解析手法としては、モデル化が容易で、時間領域解法のため一回の数値計算で周波数特性が求められることから、計算効率の高い FDTD 法 [8] がよく用いられている。しかし、FDTD 法では AVM のような効率のよい感度解析方法がなかったためトポロジー最適化での利用はできなかった。近年、Chung らにより、時間領域有限要素法の考えを基に AVM の時間領域差分法への展開がなされ [9, 10]、そして、Nikolova らにより、FDTD 法による AVM として提案され、二次元導波管内部の導体形状に対する感度解析法と、その妥当性が示された [11]。

そこで、本章では、三次元ベクトル電磁波解析で非常に計算効率の高い FDTD 法によるトポロジー最適化手法を提案する。三次元電磁波問題の設計問題として誘電体共振器アンテナ (Dielectric Resonator Antenna, 以下 DRA)[12] の広帯域設計を取り上げ、提案手法の有用性を示すとともに、提案手法がどのようにアンテナを設計しているのかを明らかにする。そして、設計結果に基づき、アンテナを試作し、提案手法の有用性を検証した結果を示す。

さらに、トポロジー最適化のグレースケール問題で広く用いられている SIMP[13] が時間領域電磁波問題ではグレースケール抑制に効力がないことを示し、これにかわり、電磁界解析時に用いる入射パルスに混合パル

スを用いた手法によりグレースケール問題を解決できることを示す。

## 5.2 定式化

### 5.2.1 トポロジー最適化

トポロジー最適化では、第 2 章で述べた通り、設計領域の材料の有無を特性関数  $\chi_\Omega(\mathbf{x})$  (Eq. (2.1)) で表現し、それにより設計形状を表現する構造最適化手法である。本章では誘電体材料を用いた構造設計を行うため、構造を表す代表性テンソルは誘電率テンソルとする。また、等方性材料を仮定するため、誘電率テンソルは  $\varepsilon \mathbf{I}$  と表すことができる。ここで、 $\varepsilon$  はスカラー値である誘電率、 $\mathbf{I}$  は二階の単位テンソルである。したがって、等方性である限り誘電率は線形性があるため、大域的観点から均質化された誘電率は、比誘電率を用いると以下のように線形関数で表現できる。

$$\varepsilon_r^H(\rho) = 1 + (\varepsilon_r^{\text{solid}} - 1)\rho \quad (5.1)$$

ここで、 $\varepsilon_r^{\text{solid}}$  は構造設計に用いる誘電体材料の比誘電率である。また、 $\rho$  は正規化密度であり、

$$0 \leq \rho \leq 1 \quad (5.2)$$

である。

### 5.2.2 電磁波問題の設定

Fig. 5.1 に誘電体共振器アンテナの解析モデルを示す。図に示す通り、解析領域は直方体領域からなり、その内部に同じく直方体の固定設計領域  $D$  を、金属のグランド板上の中心に配置する。グランド板の下から中心へむけて同軸ケーブルが接続されており、そのケーブルの中心導体を延長し、固定設計領域内部に電磁界を供給するプローブとする。

解析領域の上面と側面は Perfectly Matched Layers (PML) [14] を用いた吸収境界条件となっていて、電磁波が反射しないようにし、無限の自由空間内に解析領域が設置されている状態を表している。また、ケーブル下端は Mur の一次吸収境界条件 [15] で終端している。

Fig. 5.1 に示す解析領域における電磁波伝播問題は、次式に示す Maxwell の方程式で記述される。すなわち、簡単のため電波損失の無いものと仮定すれば、

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (5.3)$$

で表される。ここで、 $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $t$  はそれぞれ磁界、電界、透磁率、誘電率、時間である。ここでは、上式を FDTD 法により時間領域において解く。

### 5.2.3 電磁波問題の目的関数の設定

アンテナ設計において満足すべき最も基本的な要件は、電気回路から供給された電気信号をできるだけ多く空間中に放射することである。この放射された電気信号の量は、放射電力量  $W_{\text{rad}}$  により定量的に評価できるため、この場合の目的関数は放射電力量  $W_{\text{rad}}$  の最大化にすればよい。しかし、この放射電力量の算出には、アンテナ構造全体を内包する閉曲面上での電磁界を面積積分する必要がある、計算過程が複雑になる。一方、解析

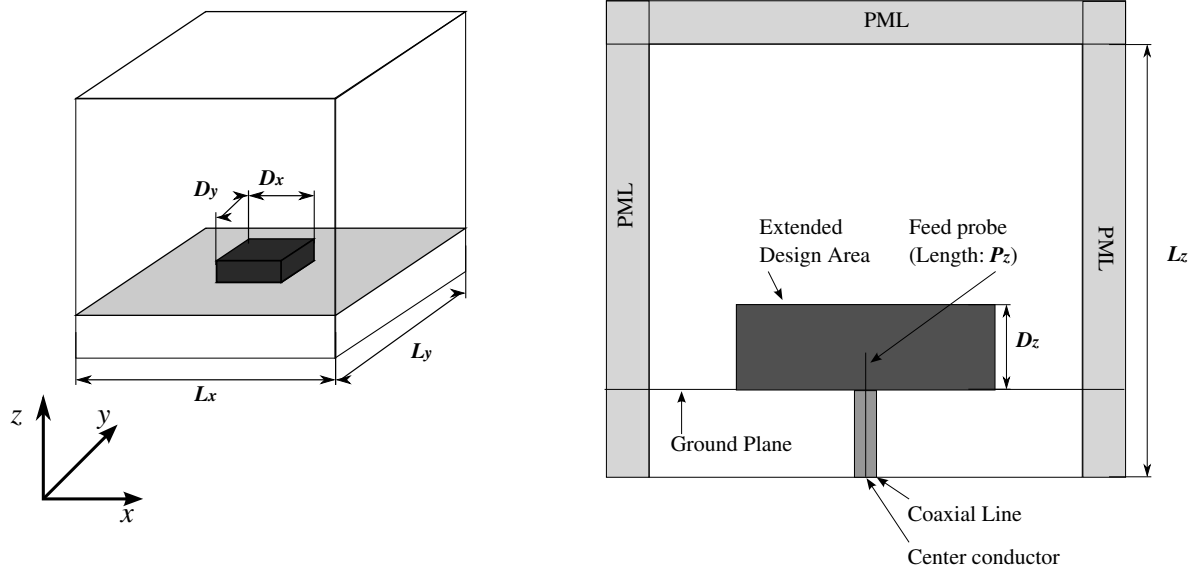


図 5.1 Analysis model of dielectric resonator antenna.

空間における電波損失を無視した場合、給電点における入力電力  $P_{\text{in}}$  と、放射電力  $P_{\text{rad}}$ 、および反射電力  $P_{\text{ref}}$  の間には

$$P_{\text{in}} = P_{\text{rad}} + P_{\text{ref}} \quad (5.4)$$

なる関係が成り立つ。このため、入力電力が一定とした場合、放射電力の最大化は反射電力の最小化により達成できることになる。この反射電力は、給電点における電力の計算のみで得られ、その時間積分である電力量  $W_{\text{ref}}$  の計算も極めて容易になる。そこで、本研究では、放射電力量の最大化と等価となる給電点における反射電力量  $W_{\text{ref}}$  の最小化を目的関数とする。なお、今回の問題設定では、給電点は、同軸ケーブルの中心に設定している。また、後に示す数値例では、アンテナの評価尺度として反射係数を示すが、これは、入力電力  $P_{\text{in}}$  に対する反射電力  $P_{\text{ref}}$  の比として表され、アンテナの最も基本的な性能指標となっている。

上述の給電点における反射電力量  $W_{\text{ref}}$  は、次式で求められる。

$$W_{\text{ref}} = \int_0^T \int_{\Omega_{\text{obs}}} \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{obs}}(t) - \mathbf{E}_{\text{in}}(t)|^2 d\Omega dt \quad (5.5)$$

ここで  $T$  は電磁界解析終了までの経過時間、また、 $\Omega_{\text{obs}}$  は、反射電力量を算出するための観測面であり、ここでは給電点を取り囲む閉曲面である。 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$  は、 $\Omega_{\text{obs}}$  にて得られる電界で、 $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  は、 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$  のうちの入射パルスによる電界である。この  $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  は、アンテナ形状に依存しないため、あらかじめ算出でき、最適化過程を通じて同じ値を用いることができる。

なお、Eq.(5.5) に示したように、目的関数は時間領域における反射電力の時間積分値で表され、目的関数の値は入射パルスの与え方に左右される。ここでは、スペクトルがガウス分布となるガウシアンパルスを、入射パルスとして与える。ガウシアンパルスは、中心周波数でスペクトルの最大値をとり、スペクトルが最大値の半分以上である周波数帯域幅を半値幅と呼ぶ。したがって、中心周波数と半値幅を適切に設定することにより、アンテナの放射効率を最大化したい周波数帯域を設定することができる。

ここで、 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$ 、 $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  を求める手続きを紹介しておく。まず、Fig. 5.2 に示すように、同軸ケーブルモデル内にいくつかの面を用意する。同軸ケーブルの下端から一セル上を Mur の吸収境界条件 [15] とする。そして、

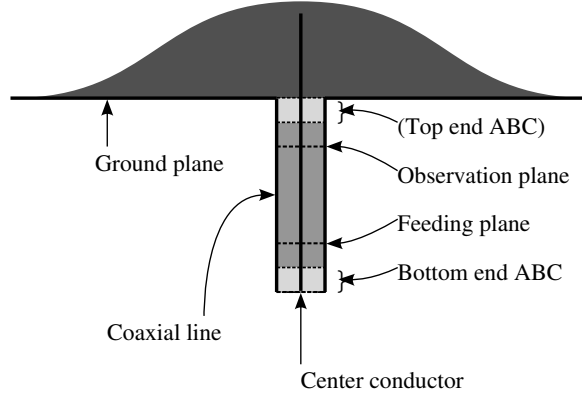


図 5.2 Detailed illustration of coaxial cable model.

給電面はこれの一セル上に設定する．加えて，同軸ケーブルの上端から一セル下にも Mur の吸収境界条件を設定する．しかし，通常の解析においてはこの吸収境界は機能しないようにしておく．

まず， $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$  であるが，通常の FDTD 解析では，まず，給電面から TEM モード (Transverse Electric and Magnetic mode) で電界パルスをあてる．そして，パルスは，給電面から上下に伝播するが，下に伝播したエネルギーは，同軸ケーブル下端の吸収境界で吸収される．残りのエネルギーは上へ伝わり，観測面を通過し，同軸ケーブル上端を通り，プローブを介して設計領域へ入り，自由空間へ放射され，解析領域上側面を囲む PML に吸収される．設計領域に進入したものの自由空間に放射されなかったエネルギーは反射し再びケーブルの中に戻ってきて，観測面を通過し，ケーブル下端の吸収境界に吸収される．ここで，観測面での電界の履歴が  $\mathbf{E}_{\text{obs}}(\mathbf{x}, t)$  として保存される．

そして， $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  では，同軸ケーブル上端側の Mur 吸収境界を機能するようにして，先ほどと同様の FDTD 解析を行う．すると，給電面から入射されたパルスのうち，下へ向かって伝播するパルスは，先ほどと同様に同軸ケーブル下端の吸収境界に吸収され，上へ向かって伝播するパルスは，観測面を通過してから同軸ケーブル上端の機能するようにしておいた吸収境界に吸収される．この解析による観測面の電界履歴が  $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  である．

#### 5.2.4 最適化問題定式化

目的関数を Eq. (5.5) とし，最適化問題を以下の様に定式化する．

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{Minimize}} && W_{\text{ref}} = \int_0^T \int_{\Omega_{\text{obs}}} \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{obs}}(t) - \mathbf{E}_{\text{in}}(t)|^2 d\Omega dt \\ & \text{subject to:} && 0 \leq \rho \leq 1 \\ & && \text{Maxwell's equations in Eq. (5.3)} \end{aligned} \tag{5.6}$$

なお，このとき，構造力学問題でよく見られる体積制約条件 [1] は，アンテナ設計問題においては重要な設計指標とならないので，用いていない．

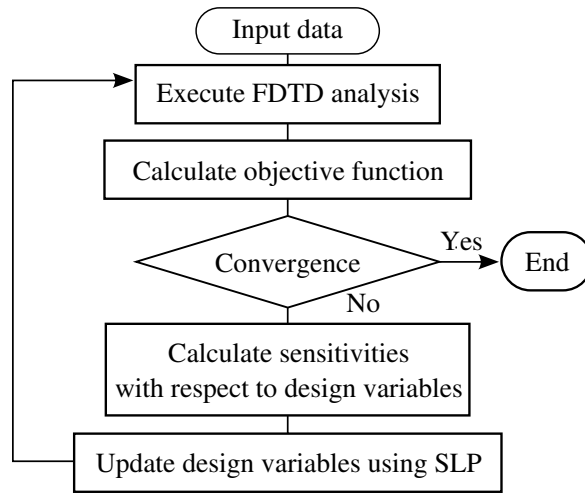


図 5.3 Flowchart of optimization algorithm

## 5.3 実装

### 5.3.1 最適化アルゴリズム

最適化アルゴリズムには第 3 章にて述べた, 逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming, SLP)[16, 17] を用いる. 最適化のフローチャートを Fig. 5.3 に示す. 感度解析は第 3 章 3.3.4 節にて述べた, 時間領域の随伴変数法を用いる.

### 5.3.2 混合パルスによるグレースケールの抑制

第 3 章 3.2.2 節で述べたように, 多くのトポロジー最適化の研究で SIMP[13] が用いられている. SIMP は, 密度法的一种であり, その特徴としては, 材料の正規化体積密度とその物性値 (本来は弾性率) との関係に非線形性を持たせることによりグレースケールを抑制する手法である. しかし, SIMP によるグレースケール抑制は万能ではなく, 構造力学問題のように目的関数に単調性がある場合にのみ効力がある. DRA 問題は多峰性の問題で, 後で数値例で示すように, SIMP は効果がない. そこで, 目的関数をコントロールすることで, ペナルティ効果を持つ単調性をあたえ, グレースケールを抑制する手法を考える.

まず, 誘電体材料と誘電体共振器の共振周波数の関係について考える. 同じ形状の誘電体共振器であれば, 誘電率が高いほど共振周波数は低くなる. これは直感的には共振器の径と共振波長の関係が共振周波数を決定していることから説明できる. つまり, 誘電率が高くなると, 同じ媒質内波長でも周波数が低くなるためである. したがって, 低い共振周波数を実現するためには高い誘電率を持つ材料が必要となる. そこで, この原理を利用し, 目的関数に単調性を持たせる.

低い共振周波数を実現することが最適解に近づくように目的関数を変更する方法のひとつとして, 目的関数の算出の際に用いる入射パルスのスペクトルに, 低い周波数成分を含ませると言う方法が考えられる. しかし, その場合, 設計者が希望した周波数での動作が阻害されてはいけない. そこで, 加える周波数成分を, 実行不可能な帯域に設定しておくことで, 設計周波数を変えることなく, 目的関数をコントロールできる.

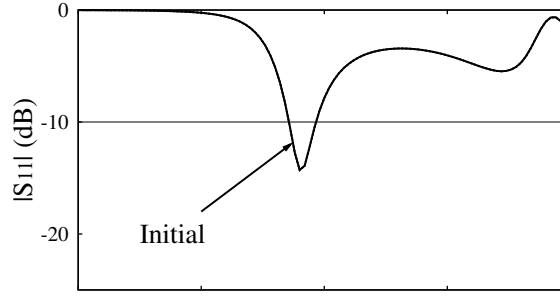


図 5.4 Reflection characteristics of initial rectangular dielectric resonator antenna.

先ほど述べた通り，誘電体共振器の共振周波数は，共振器の大きさと誘電率で決まり，共振器が大きいほど，また，誘電率が高いほど，誘電体共振器の共振周波数は低くなる．したがって，固定設計領域全体を誘電体材料で充填したときの共振周波数が，最適化問題にて実行可能な共振周波数の下限となる．この周波数よりも低い帯域のパルスを入射パルスに加えることで，設計対象周波数を変えずに目的関数に単調性を付与できる．これを混合パルスによるグレースケール抑制方法と呼ぶ．

## 5.4 実験による妥当性検討

### 5.4.1 解析モデル

誘電体共振器アンテナの反射特性を広帯域化することを例として，提案手法を用いて誘電体材料構造を最適設計する．解析モデルとしては，図 5.1 に示すグラウンド板上に設置された寸法  $D_x = 30$ ,  $D_y = 30$ ,  $D_z = 8\text{mm}$ ，比誘電率  $\epsilon_r^{\text{solid}} = 12$  の直方体形状の誘電体の中央部にグラウンド板の背面から同軸線路で給電された誘電体共振器アンテナを考える．プローブ長  $P_z$  を  $5\text{mm}$  とする．同軸モデルの断面は  $2 \times 2$  セルで構成され，その特性インピーダンスが  $50\Omega$  となるように同軸モデル内の比誘電率の値を調整している．このとき比誘電率を  $3.6$  とすることにより，太さ  $0.36\text{mm}$  の芯線をもつ導軸線をモデル化している．解析空間を  $L_x = 60$ ,  $L_y = 60$ ,  $L_z = 60\text{mm}$  とし，単位格子を  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1\text{mm}$  の立方体セルとしている．なお，吸収境界には PML[14] を用いる．解析領域下部はグラウンド板と同軸線による完全導体境界条件となっている．ただし，同軸下端は吸収境界条件としている．給電は同軸下端より三セル上の断面に TEM モードで電界にパルスを加算している．また観測面は同軸上端より三セル下の断面である．この初期構造のアンテナの反射特性を図 5.4 に示す． $3.8\text{GHz}$  付近で同軸線路と整合がとれており， $|S_{11}| < -10\text{dB}$  の周波数範囲を動作帯域とした場合，比帯域幅は， $5.8\%$  となる．なお，この初期構造が設計可能解の中で最も低い動作周波数を持つ形状であるため，今回の最適化問題での実現可能帯域は  $3.8\text{GHz}$  以上となる．よって最適化でパルスが最小化される帯域は  $3.8\text{GHz}$  から  $5.0\text{GHz}$  となる．なお，この実験では混合パルスは用いていない．

### 5.4.2 設計結果

本手法を用いて設計した誘電体材料の比誘電率の分布を図 5.5 に示す．この図は誘電体材料の  $z=0.5, 1.5, 2.5, 3.5$  および  $4.5\text{mm}$  の  $xy$  平面と平行な面の断面をそれぞれ示す．ここで，色の濃淡により比誘電率が表示されており，白が  $1.0$ ，黒が  $\epsilon_r^{\text{solid}} = 12.0$  を意味する．上から順にイタレーション回数が  $10$  回， $20$  回， $100$  回の比誘電率分布を示す．設計結果はイタレーションの段階を経るにつれ，グレースケール（比誘電率が  $1.0$

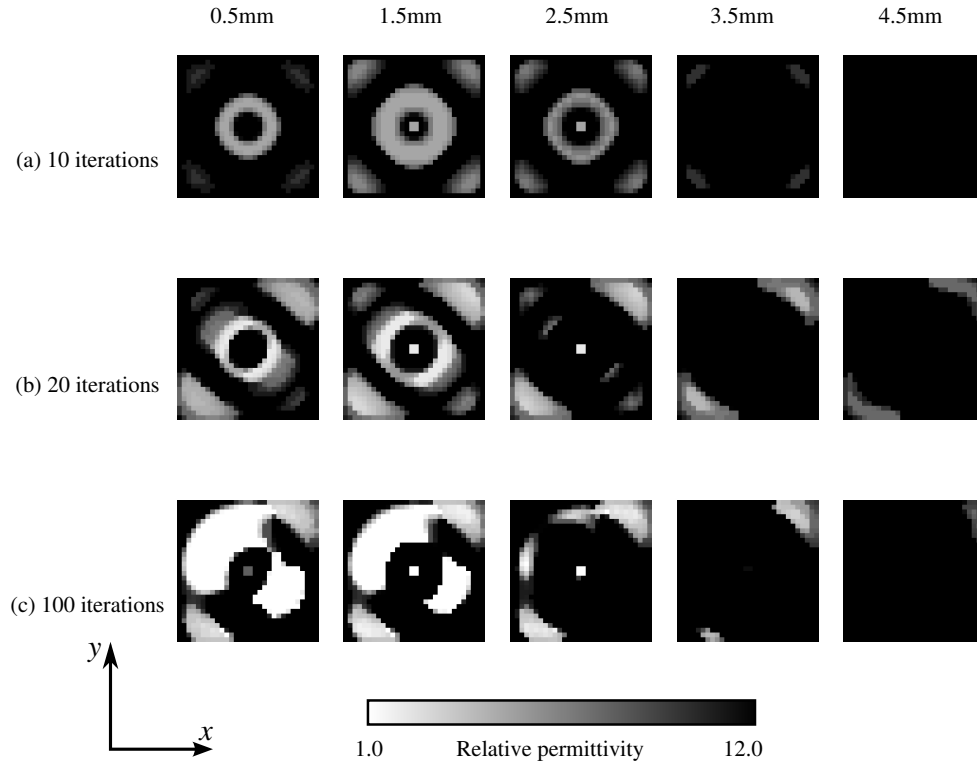


図 5.5 Distribution of relative dielectric constant of designed dielectric resonator antenna.

と 12.0 以外の中間値を取ること) の領域が減少し、トポロジーが明瞭になってきていることが分かる。そして 100 回においてはほぼ比誘電率が 1.0 と 12.0 の 2 値に分離している。この理由であるが、目的関数のパルスの帯域が実現可能な帯域よりも低い周波数成分を含むことから、混合パルス使用時と同様の機能を発揮し、誘電体の領域と空隙の領域の、これらの両方の領域を同時に増大させる要因を持つ問題設定になっているためであると考えられる。前者は「実現可能帯域よりも低い帯域の特性をあげるために共振周波数を下げようとして生じる作用で、後者は帯域を広げるためにグラウンド板とアンテナの間に空隙を確保するために生じる作用である。なお、 $z=5.5\text{mm}$  以上  $z=8.0\text{mm}$  までの誘電体材料は、イタレーションによらず比誘電率は 12.0 で一定であったため、図には記載していない。

イタレーションが 10 回、20 回、および 100 回の時の  $|S_{11}|$  特性と誘電体材料構造を示した結果を図 5.6(a), (b), および (c) にそれぞれ示す。イタレーションの段階を経るにつれ、 $|S_{11}|$  特性は低下し、アンテナの比帯域幅が増大している。100 回の計算で、比帯域幅は 20.3 % となり、初期状態の 5.8% と比較すると 3.5 倍に広がっている。なお、誘電体材料構造は、形状がわかりやすいように誘電率が 6.5 の等値面で誘電体材料の構造を示している。この図は、グラウンド板側から誘電体材料を見た図となっている。

次に、計算の収束性をみるために、式 (4.13) に示した目的関数  $F$  のイタレーションに対する変化を図 5.7 に示す。縦軸は、入力パルスのエネルギーに対する比で表示している。30 回を越えると目的関数はほぼ一定となっている。30 回の計算で比帯域は 20.1% と 100 回の計算の 20.3% とほぼ同じ値となっており、比較的少ない回数で計算が収束している。計算機として PC を用いた場合、30 回のイタレーションでも計算時間は 3 時間程度であり、少ない計算リソースで最適化計算を行えることを確認できた。なお、図 5.8 には、イタレーション



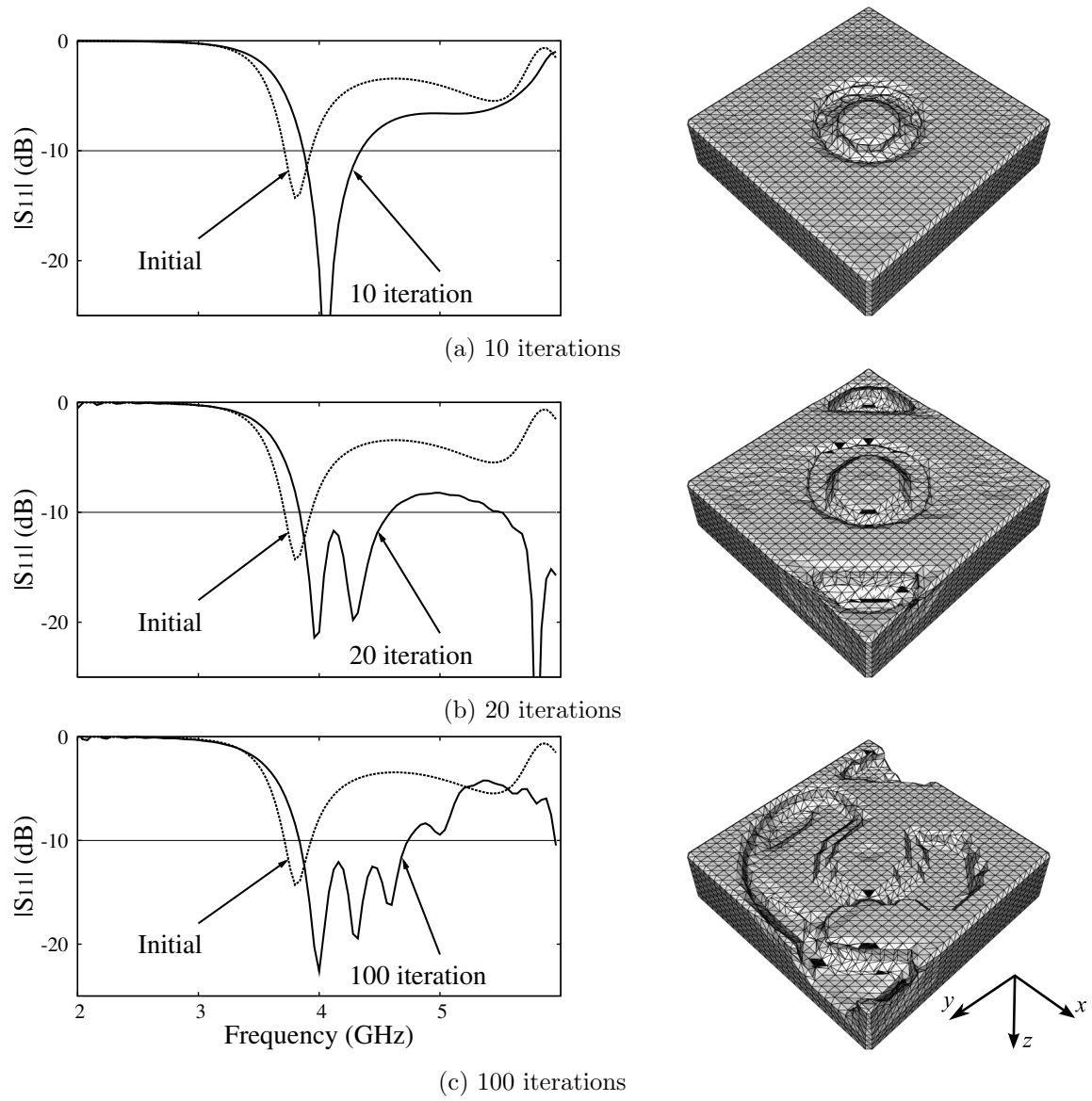


图 5.6 Reflection coefficient  $|S_{11}|$  and bottom view of designed structure.

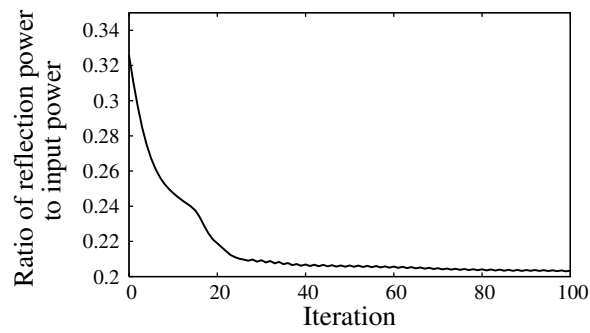


图 5.7 Convergence history of the objective function.

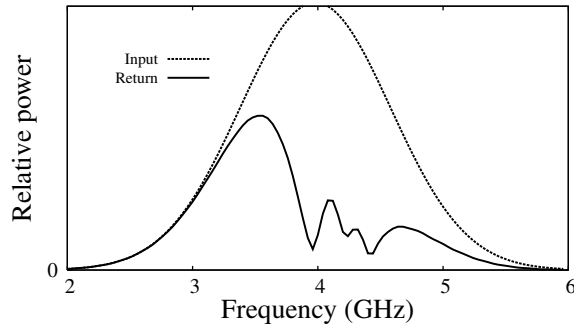


図 5.8 Frequency characteristics of input and reflection pulse of optimally designed antenna.

30 回目の反射パルスの周波数特性を入力パルスと合せて示す．アンテナの動作周波数の 3.8GHz から 4.8GHz の範囲で反射パルスが低く抑えられており，実現可能最適化帯域である 3.8GHz から 5.0GHz の 83% を達成している．目的関数として，入力パルスの中心周波数 とパルス幅，また複数パルスを入力することにより，広帯域アンテナ，複共振数アンテナなどの所望の特性を有するアンテナを設計できる可能性を示せた．

#### 5.4.3 設計された広帯域誘電体共振器アンテナの動作

設計されたアンテナの動作について考察を行い，アンテナの帯域幅を広げるのに，提案手法がどのように誘電体材料の形状を設計しているかを明らかにする．図 5.6(a) のイタレーション 10 回の反射特性と誘電体構造の結果より，給電部の周囲に円環状の空気層を形成することにより，同軸線路とアンテナとの整合をあわせ帯域幅を広くしている．これは， $1/4$  波長の円環状の多層膜構造の一部であり，反射波を打ち消している．さらに，図 5.6(b) に示すイタレーション 20 回の結果より，それぞれの対角線上に共振周波数の異なる二つのモードを形成するため，片方の対角線上だけ両端の角の誘電率を下げていると考えられる．さらに，図 5.6(c) に示されるように，グラウンド板に接する面に複雑な形状の空気層を形成することで，さらに共振周波数が少し高いもう一つのモードを励振し，帯域幅を広くしていると考えられる．つまり，初期状態では四回対称であり，共振モードは一つであったが，20 回目では，二回対称へと対称性を崩すことにより二共振とし，最終形状ではさらに対称性を崩すことにより，三つ目の共振を実現している．

この考えを確かめるため，イタレーションが 10 回，20 回および 100 回の誘電体アンテナ表面 ( $z=8\text{mm}$ ) の  $xy$  面の 4.0GHz, 4.3GHz, 4.6GHz の電界強度分布を図 5.9(a), (b), および (c) に示す．図中の白い部分ほど電界強度が高いことを示す．電界強度は，最大値で規格化してリニアスケールで表示している．図 5.9(a) より，イタレーション 10 回では，4.0GHz で共振するモードが励振され，4.3GHz, 4.6GHz では励振されていない．図 5.9(b) より，イタレーション 20 回では，4.0GHz, 4.3GHz で異なる対角線上に二つのモードが励振されている．図 5.9(c) より，それに加えて 4.6GHz で更に異なるモードが励振されている．この結果から，提案手法による広帯域化設計の手法が前述の考えでよいことを明らかにすることができた．

複数のモードを励振し，広帯域化をすることは一般的であるが，実際の設計においては，お互いの励振モードが相互に干渉するため，複数のモードを任意の周波数で励振させ広帯域化するには，設計のためにかなりの計算が必要になる．本提案手法は，単に目的関数として入力パルスの周波数や幅を設定するだけで，複雑な最適化問題を短い時間で実行できる利点を有している．また，従来にない新規的な構造を創成できるため，新しいアンテナ構造を考案する手段としても有用であると考えられる．

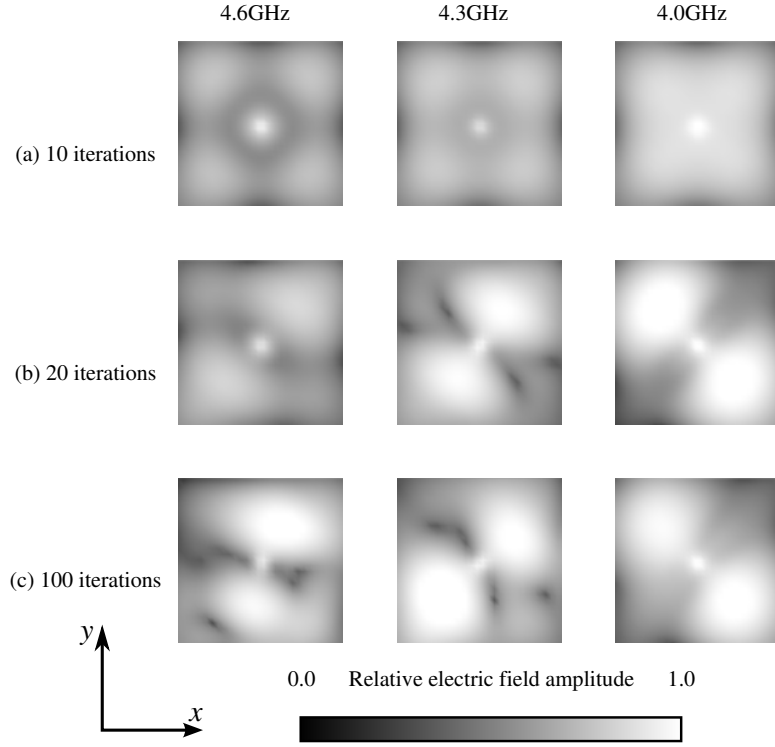


図 5.9 Electric field amplitude distribution of designed dielectric resonator antennas.

最適化前と、最適化後の  $xy$  平面の放射パターンを図 5.10 に示す。最適化前は周波数によらずほぼ等方特性であるため 4.0GHz のみの、最適化後は、4.0GHz, 4.3GHz, 4.6GHz のパターンをそれぞれ表示している。これにより、各共振モードに対応してパターンに影響が出ていることが分かるが、今回の問題では使用局面に影響を与えるほどではない。

#### 5.4.4 試作による検証

設計手法の有用性を確認するため、設計したアンテナを試作し、その反射特性を測定する。図 5.6(c) に示すイタレーション 100 回の誘電体材料の形状は、厳密にはグレースケールは皆無ではないため実際の部品として作成するためには、形状を誘電体と空隙の境界面として定義する必要がある。境界面は NC 切削による試作を考慮にいれ、以下の手順で FDTD セルと同様に 1mm 厚の積層構造で定義する。

まず、図 5.5 (c) に示した収束状態の密度分布を以下の関数により二値化する。

$$\varepsilon_r^\delta = \begin{cases} 1 & \rho(x) \leq \varepsilon_r^{\text{threshold}} \\ \varepsilon_r^{\text{solid}} & \rho(x) > \varepsilon_r^{\text{threshold}} \end{cases} \quad (5.7)$$

ここで、 $\varepsilon_r^{\text{threshold}}$  は閾値であり、今回は、1.0 と  $\varepsilon_r^{\text{solid}} = 12.0$  の中間値の 6.5 とする。

こうして二値化された誘電率分布  $\varepsilon_r^\delta$  を基に輪郭を抽出し、スプライン曲線で補間する。このとき、NC による加工が容易になるように、 $\varepsilon_r^\delta$  の各層に対し平滑化フィルターを適用している。これは単に各層をピクセル画像と見なし、各ピクセル値を式 (5.8), ((5.9)) に示すように、そのムーア近傍の相加平均で置きかえる。これを

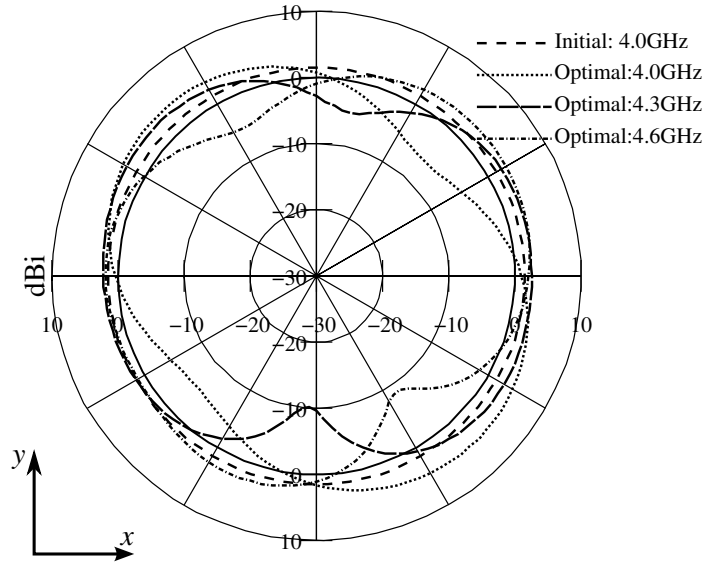


図 5.10 Pattern of designed dielectric resonator antenna.

画像を 50% ずつ拡大しながら五回繰り返し平滑な輪郭を得る.

$$R_{i,j} = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 Q_{i-2+m,j-2+n} \mathbf{M}(m,n) \quad (5.8)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

ここで,  $Q_{i,j}$ ,  $R_{i,j}$  はそれぞれ離散座標  $(i,j)$  におけるフィルタリング前と後のピクセル値,  $\mathbf{M}$  は平滑化フィルタマトリクスである [18].

これらの処理は一般の自動輪郭抽出プログラムで機械的に可能である. これを 三次元 CAD にとりこみ, 部品の図面とした (Fig.5.11).

この三次元 CAD を基に NC 加工で試作した誘電体共振器アンテナの写真を図 5.12 に示す. セラミックと樹脂 PPS を混合して比誘電率 12 の誘電体材料を作成し, 切削加工により誘電体材料に内部構造を設けている. 今回は, 切削加工で製作したが, 射出成型加工技術を用いることにより更に低コストで大量生産が可能である.

設計アンテナおよび初期状態の直方体形状のアンテナの反射特性の測定結果を図 5.13 に示す. 測定でも, 設計同様に誘電体材料の構造を設計することにより, 比帯域幅が広がっていることを確認した. 測定では, 設計したアンテナの比帯域幅が 20.4% と本手法で設計した値とほぼ一致しており, 本設計手法の有用性を検証することができた. 今回の設計では, 誘電体材料はほぼ二値化されているが, 設計によっては, グレースケールが十分でなくならず, 二値化, および, スプライン曲線での補間による誤差が大きくなることも考えられる. したがって最適化問題を特にあたってグレースケールを極力減らしておくことがアンテナ特性を維持したまま, 実際のアンテナ形状を得るためには必須である.

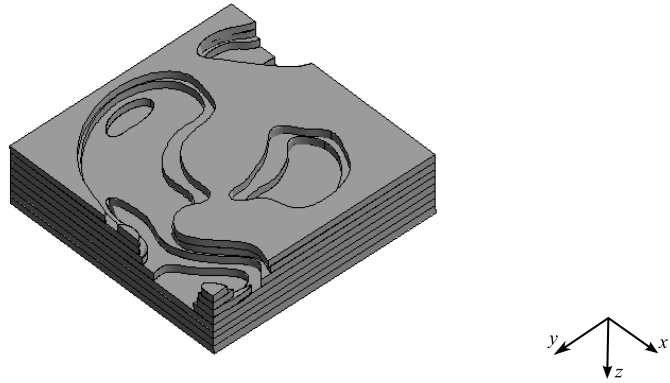


图 5.11 Three dimensional CAD data of designed dielectric resonator antenna.



图 5.12 Fabricated dielectric resonator antenna.

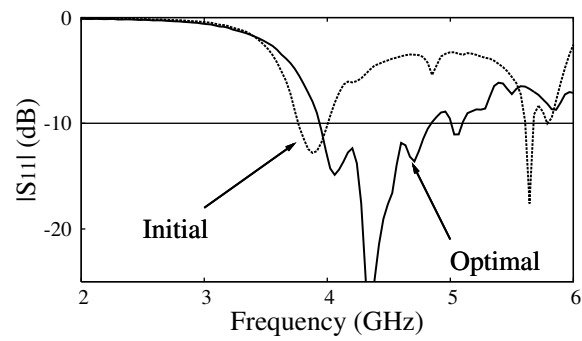


图 5.13 Measured reflection characteristics of fabricated rectangular and optimally designed dielectric resonator antenna.

## 5.5 混合パルスを用いた数値例

次に、先ほど 5.2.2 と同様の解析領域、固定設計領域、最適化問題を用い、混合パルスのグレースケール抑制効果を検証する。

### 5.5.1 SIMP による結果

この項では、まず SIMP による最適化結果を示しその問題点を整理する。この項では、特別に以下の誘電率と密度との関係式を用いる。

$$\varepsilon_r(\rho) = 1 + (\varepsilon_r^{\text{solid}} - 1)\rho^p \quad (5.10)$$

ここで、 $\rho$  は、正規化された体積密度で

$$0 \leq \rho \leq 1 \quad (5.11)$$

である。 $p$  は、グレースケール領域での比誘電率を恣意的に低く見積もるためのパラメータで、ペナルティ係数と呼ばれ、値が大きくなるほど、グレースケール領域での比誘電率が低く見積もられる。

また、SIMP は体積上限と組み合わせて用いられるため、最適化問題に体積制約条件を加え、以下のように定式化する。

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{Minimize}} && W_{\text{ref}} = \int_0^T \int_{\Omega_{\text{obs}}} \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{obs}}(t) - \mathbf{E}_{\text{in}}(t)|^2 d\Omega dt \\ & \text{subject to:} && 0 \leq \rho \leq 1 \\ & && V = \int_D \rho d\Omega \leq V^U \\ & && \text{Maxwell's equations in Eq. (5.3)} \end{aligned} \quad (5.12)$$

ここで、 $V^U$  は体積分率上限値であり、今回は 0.5 とした。また、入射パルスは中心周波数 5.0GHz、半値幅 1GHz のガウシアンパルスとした。また、初期解は、体積密度 0.5 の均質な状態としたため、誘電率はペナルティ係数に応じて異なることを注記しておく。

Fig. 5.14, 5.15, 5.16, 5.17 にそれぞれペナルティ係数  $p$  を 1, 2, 3, 4 としたときの最適構造を示す。Fig. 5.17 以外は、形状の判定が不可能なほどグレースケールが多い結果となった。また、ペナルティ係数の値が大きくなるにしたがい、指定帯域での反射特性が悪くなっていることがわかる。そして、Fig. 5.17 では、形状は非常に明確であるものの、周波数特性は芳しくなく、指定動作帯域が確保できなかった。

したがって、SIMP によるグレースケールへのペナルティは DRA 設計問題では効果がないことが明確になった。

### 5.5.2 混合パルスの有無の比較

次に、混合パルスの効果を調べるために、混合パルスの低周波数成分を含む側のパルスの有無以外を同一の条件とした二例を比較する。設計入射パルスは前節と同様、中心周波数 5.0GHz、半値幅 1GHz のガウシアンパルスとする。混合する低周波数成分を含むパルスは、第 5.4.1 での検討より、中心周波数 3.5 GHz とする。これらのパルスのスペクトルを Fig. 5.18 に示す。混合成分なしを例題 B、ありを C とする。

Fig. 5.19, 5.20 に、例題 B, C により得られた最適形状と周波数特性を示す。例題 B の最適解は、周波数特定は非常に広帯域であるが、形状の判定が不可能なほどグレースケールが入り組んでいる。他方、例題 C でも、

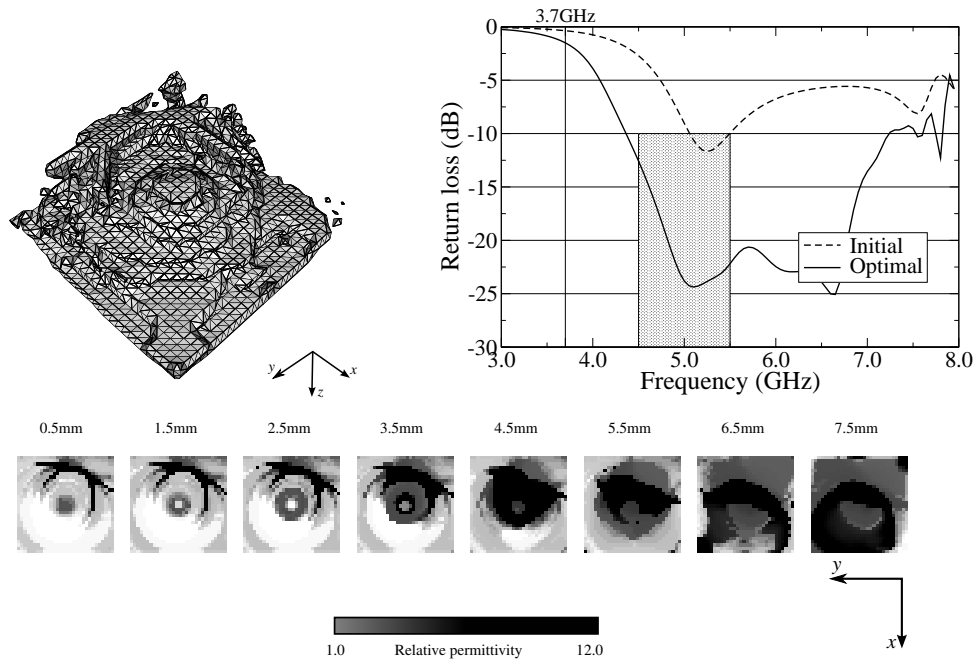


Figure 5.14 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 1 (Case A-1).

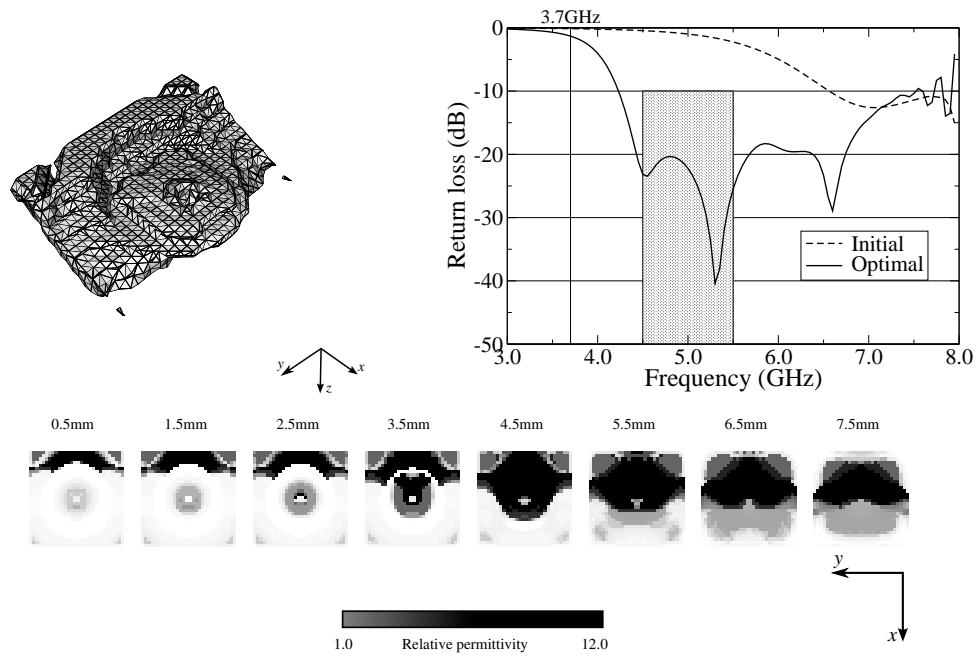


Figure 5.15 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 2 (Case A-2).

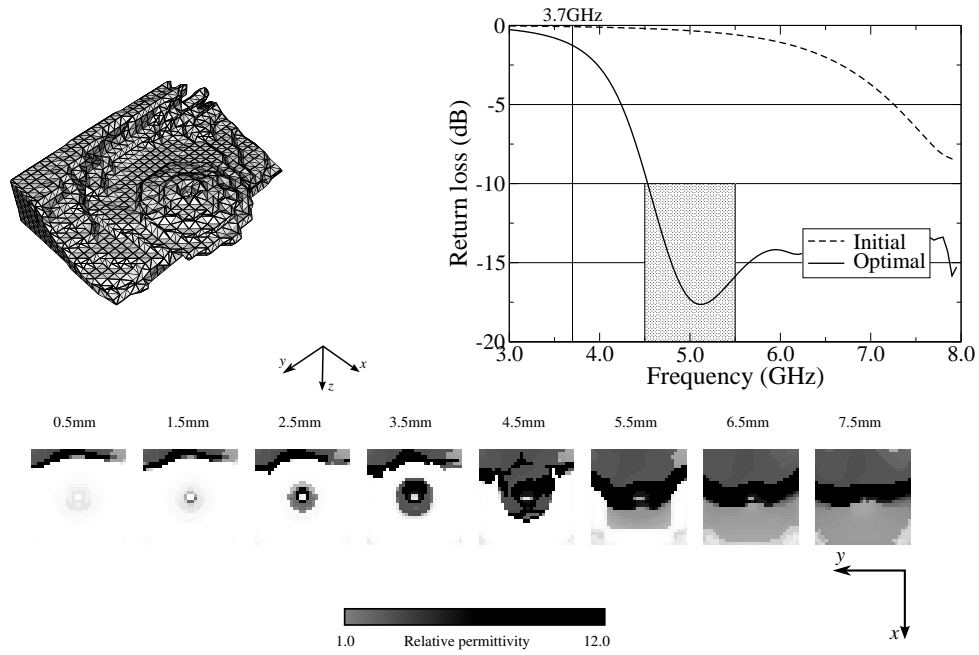


図 5.16 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 3 (Case A-3).

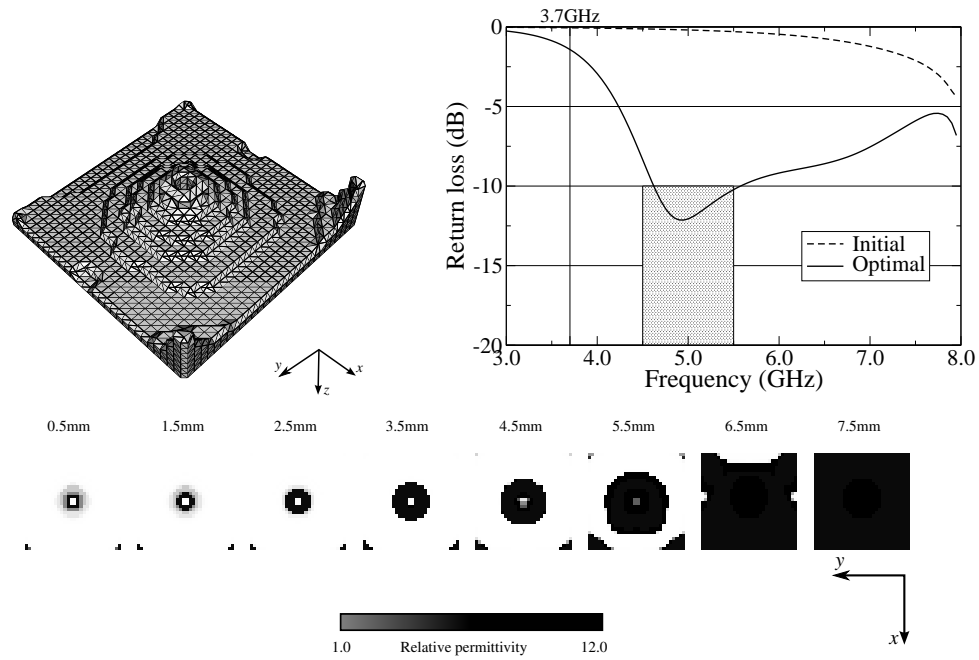


図 5.17 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration using the SIMP method and a penalization parameter value of 4 (Case A-4).



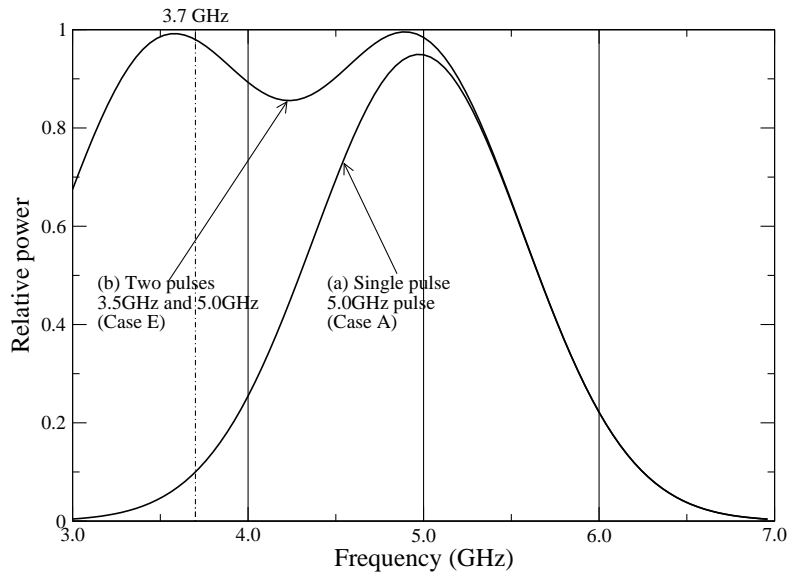


図 5.18 Power spectra of input pulses. (a) Peak frequency 5.0GHz without subcutoff pulse (Case B). (b) Peak frequency 5.0GHz plus peak frequency 3.5GHz subcutoff pulse (Case C).

周波数特性は良好で、設計パルスで指定した帯域を中心に広帯域設計ができています。そして、なにより、グレースケールの少ない明瞭な最適形状を得ることができた。

### 5.5.3 動作周波数の影響

次に、混合パルスのうち低周波数成分を含む側のパルスはそのままに、設計パルスの中心周波数を変更する。例題 D-1, D-2, D-3 はそれぞれ、設計パルスの中心周波数を 4.0GHz, 6.0GHz, 7.0GHz にしたものである。なお、設計パルス中心周波数 5.0GHz のものは前項の例題 C が相当する。また、全ての例題において設計パルスの帯域幅は 1GHz である。

Fig. 5.21, 5.22, 5.23 に、例題 D-1, D-2, D-3 により得られた最適形状と周波数特性を示す。また、Fig. 5.21 の例題 C の結果も交えて比較検討する。

まず、周波数特性であるが、Fig. 5.21 について、5.3.2 節で述べた、最適化問題にて実行可能な共振周波数の下限以下の領域は動作帯域にできていないこと以外は、全ての例題で、設計パルスで指定した周波数帯域は確実に動作帯域として確保し、さらに大幅に広帯域化している。しかも、どれも、指定帯域については -20dB 以下、動作帯域は 2GHz 以上となっている。また、最適形状に着目すると、どの例題でもグレースケールの少ない明確な形状が得られていることがわかる。しかし、全て、グランド板とアンテナの間にギャップを広くとる設計となっていて、構造的には不安定な構造であり好ましくなく、実際の設置にはギャップ間隔の精度を確保する工夫が必要となる。

### 5.5.4 動作帯域幅の影響

次に、再び、混合パルスのうち低周波数成分を含む側のパルスは変更せずに、設計パルスの帯域幅を変更し、その影響を検証する。

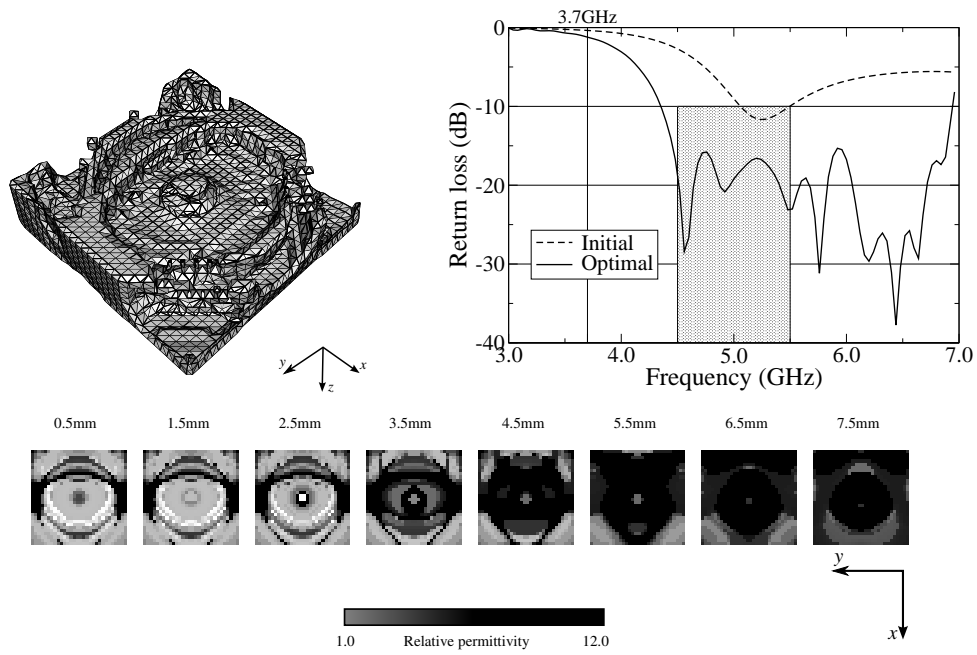


图 5.19 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration without subcutoff pulse (Case B).

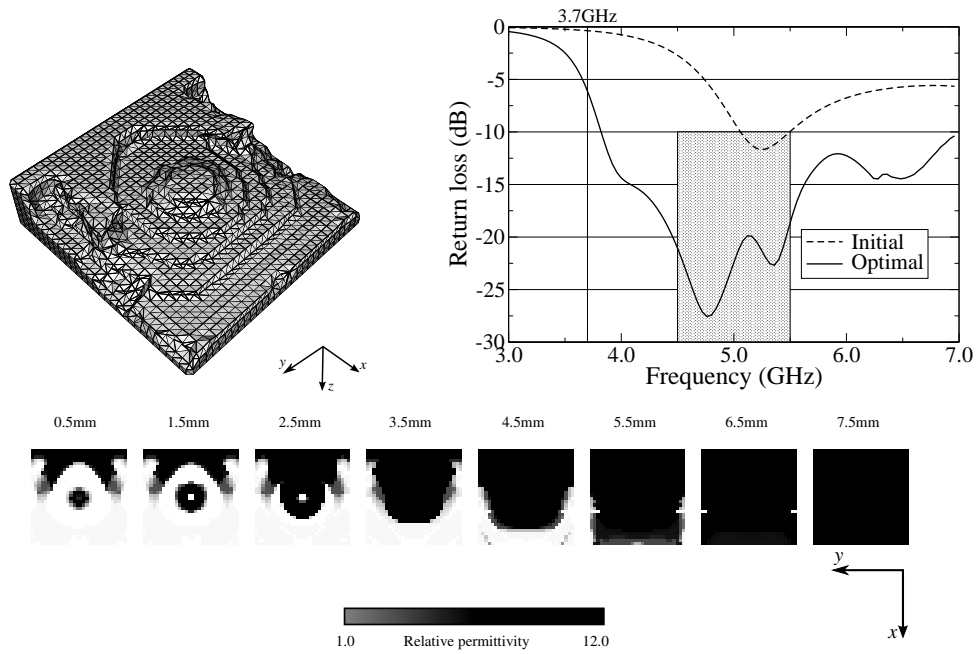


图 5.20 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration with two input pulses (Case C).

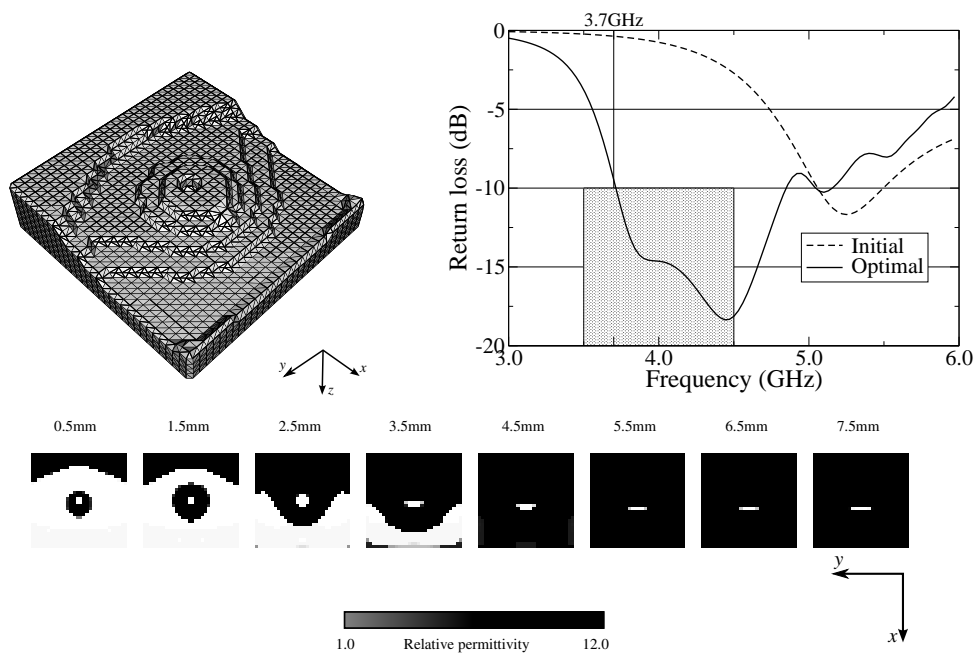


图 5.21 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-1.

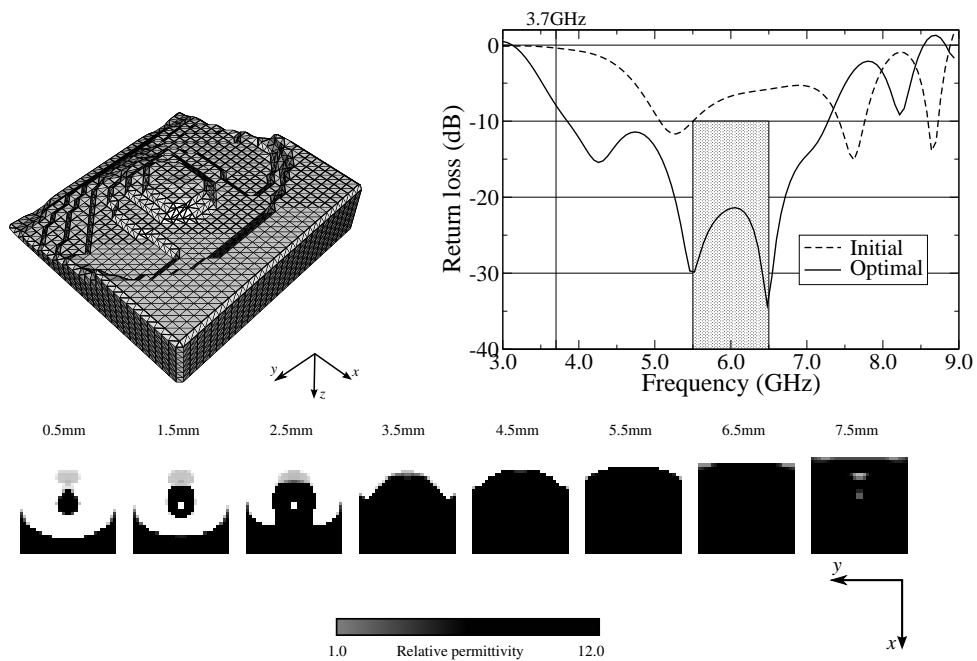


图 5.22 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-2.

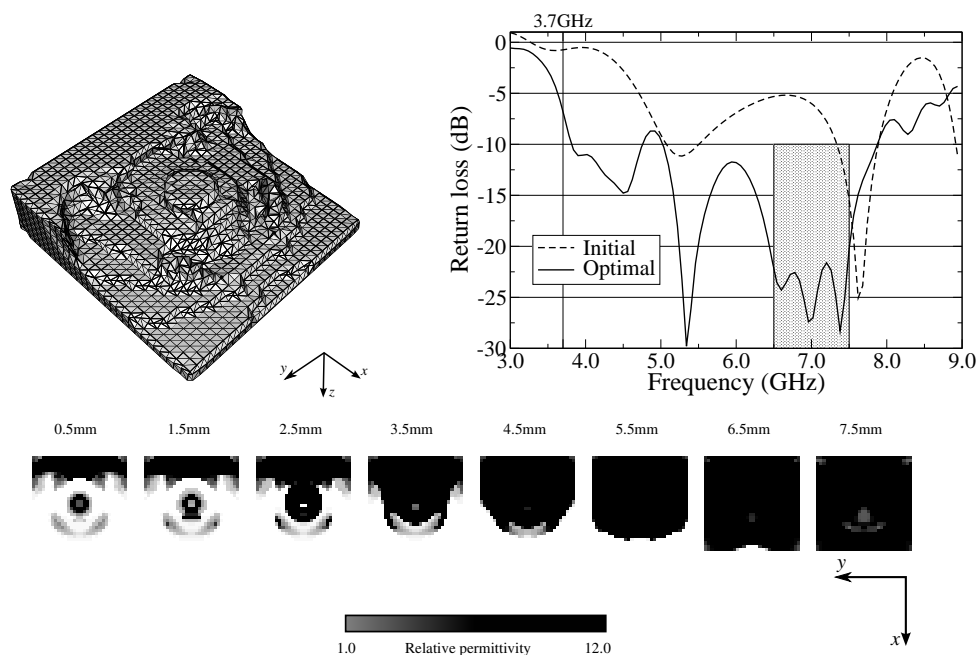


図 5.23 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case D-3.

例題 E-1 では、設計パルスの中心周波数 5.0GHz, 半値幅 0.5GHz, 例題 E-2 では、設計パルスの中心周波数 5.0GHz, 半値幅 2.0GHz としている。なお例題 C が、設計パルスの中心周波数 5.0GHz, 半値幅 1.0GHz である。

Fig. 5.24, 5.25 に、例題 E-1,E-2 により得られた最適形状と周波数特性を示す。また、Fig. 5.21 の例題 C の結果も交えて比較検討する。

どの例題でも指定した帯域幅を確保できている。そして、指定動作帯域が広くなるほど、指定動作帯域内の反射率の最大値が大きくなる、すなわち、性能が低下する傾向が見て取れる。とはいえ、もっとも指定帯域の広い Fig. 5.25 においても指定帯域内では-15dB 以下であり非常に良好な結果である。また、もっとも低帯域の狭い Fig. 5.24 では、単共振で目的を達成していることがわかる。そして、Fig. 5.25 は、Fig. 5.20 や、Fig. 5.23 と非常によく似た構造で広帯域を実現している。これらから、Fig. 5.25 のような、楔形のギャップを持つ構造が非常に広帯域となり、なおかつ、Fig. 5.20 や、Fig. 5.23 のプローブを取り囲むような三日月上の突起が特定の周波数の反射を低減していることが推測できる。

## 5.6 まとめ

この章では、所望の特性値をもつ構造を合理的に、かつ効率的に設計する方法として、FDTD 法を用いたトポロジー最適化を用いたアンテナ設計手法を提案した。

- 1) 最初に、誘電体材料の正規化密度を設計変数とし、時間領域における電磁波数値解析手法である FDTD 法を組み合わせた新しいトポロジー最適化設計手法を示した。
- 2) 広帯域設計のための目的関数として、広帯域パルスに対する反射エネルギーの最小化を用い、これを反射パルスによる電力の時間積分という形で定式化した。

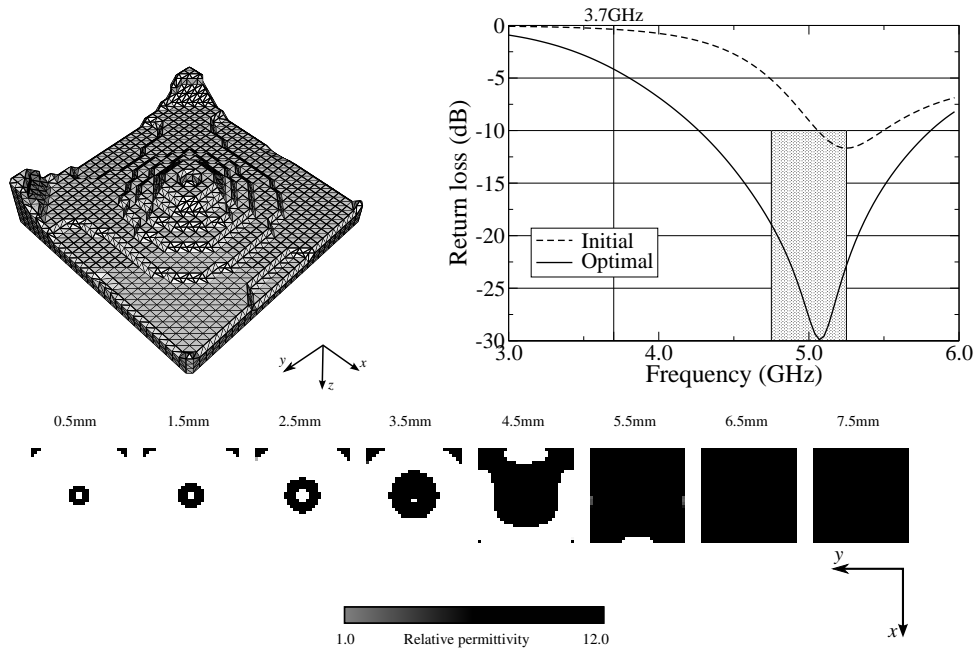


图 5.24 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case E-1.

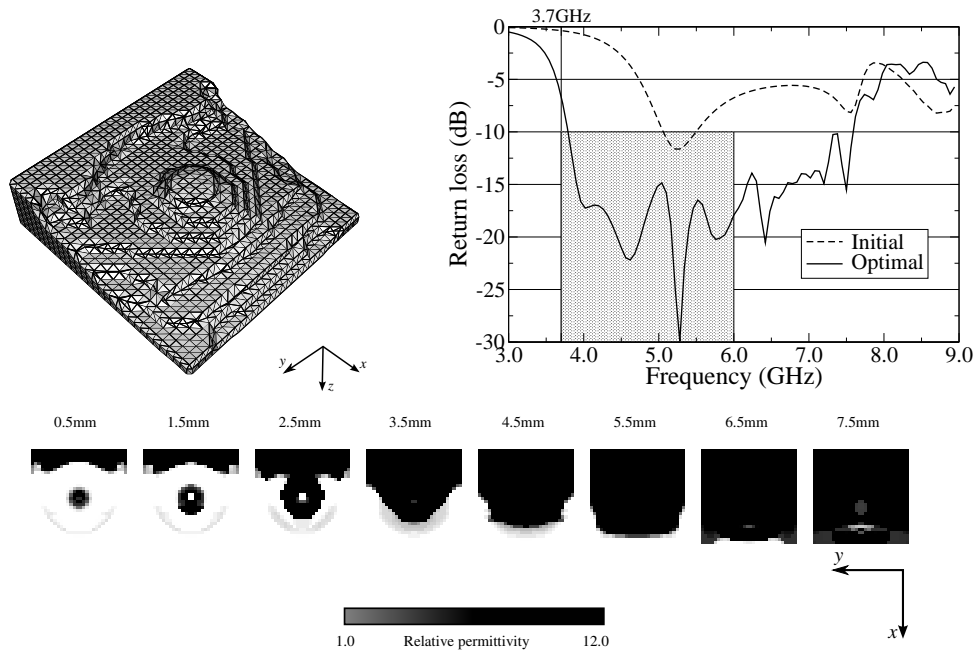


图 5.25 Bottom view, return loss and horizontal cross-sections of the optimal configuration for Case E-2.

- 3) 4.0GHz 帯において、比誘電率  $\epsilon_r^{\text{solid}} = 12$  の直方体形状の誘電体共振器アンテナの反射特性の広帯域化設計を行った。その結果、初期構造の直方体形状の誘電体共振器アンテナの 3.5 倍の 20.3% の動作帯域をもつ周波数特性を約 30 回のイタレーション計算で得ることができ、提案手法の有効性を示すことができた。さらに、提案手法では、広帯域に動作するように、イタレーションが増すにつれ、複数のモードを励振するように誘電体の構造を設計することを明らかにした。
- 4) 設計結果に基づき、実際に内部構造を有する誘電体共振器アンテナを試作した結果、測定においてもほぼ同様な結果を得ることができ、提案手法の有用性を検証することができた。
- 5) 誘電体共振器アンテナ設計において、グレースケールを効率よく抑制する手法として混合パルスを用いた手法を考案し、数値例によりその有用性を示した。

## 参考文献

- [1] Bendsøe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [2] Dyck D. N. and Lowther D. A. Automated design of magnetic devices by optimizing material distribution. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1188–1193, May 1996.
- [3] Yoo J., Kikuchi N., and Volakis J. L. Structural optimization in magnetic devices by the homogenization design method. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 36, No. 3, pp. 574–580, May 2000.
- [4] 岡本吉史, 高橋則雄. 密度法を用いた磁気回路の位相最適化手法に関する基礎的検討. 電気学会論文集, Vol. 124, No. 12, pp. 1228–1236, 2004.
- [5] Kiziltas G., Psychoudakis D., Volakis J. L., and Kikuchi N. Topology design optimization of dielectric substrates for bandwidth improvement of a patch antenna. *IEEE Transactions On Antennas And Propagation*, Vol. 51, No. 10, pp. 2732 – 2743, Oct. 2003.
- [6] Haug E. J. and Arora J. S. Design sensitivity analysis of elastic mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 15, pp. 35–62, 1978.
- [7] Jensen J. S. and Sigmund O. Topology optimization of photonic crystal structures: a high-bandwidth low-loss T-junction waveguide. *Journal of Optical Society of America B*, Vol. 22, No. 6, pp. 1191–1198, June 2005.
- [8] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302–307, May 1966.
- [9] Chung Y.-S., Ryu J., Cheon C., Park I.-H., and Hahn S.-Y. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis — part I: FETD case. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 5, pp. 3289–3293, Sept. 2001.
- [10] Chung Y.-S., Cheon C., Park I.-H., and Hahn S.-Y. Optimal design method for microwave device using time domain method and design sensitivity analysis — part II: FDTD case. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 5, pp. 3255–3259, Sept. 2000.
- [11] Nikolova N. K., Tam H. W., and Bakr M. H. Sensitivity analysis with the FDTD method on

- structured grids. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 52, No. 4, pp. 1207–1216, Apr. 2004.
- [12] Long S. A., Conway G. L., and Shen L. The resonant cylindrical dielectric cavity antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 31, No. 3, pp. 406–412, May 1983.
  - [13] Bendsøe M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 4, pp. 193–202, Dec. 1989.
  - [14] Berenger J. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Computat. Phys.*, Vol. 114, pp. 185–200, Oct. 1994.
  - [15] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 23, pp. 377–382, Nov. 1981.
  - [16] Zienkiewicz O. C. and Cambell J. S. *Optimum Structural Design*, chapter 7. Wiley, 1973. Shape Optimization and Sequential Linear Programming.
  - [17] Yang R. and Chuang C. Optimal topology design using linear programming. *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2, pp. 265–275, 1994.
  - [18] 安居院猛, 中嶋正之. 画像情報処理, 第 2 章, pp. 15–17. 基礎情報工学シリーズ 18. 森北出版株式会社, 第 1 版, 1991.

## 第 6 章

# マルチフィジックス問題への適用

### 6.1 はじめに

車載デバイスの設計時、常に問題となるのが、自動車上という苛酷な使用条件に対する対環境性能の向上である。自動車は、外界での使用を前提とするため、使用温度範囲は  $-30^{\circ}\text{C}$  から  $130^{\circ}\text{C}$  以上という厳しい条件となる。また、移動体であるため、常に衝撃や振動にさらされるため、それに対する十分な剛性も必要となる。また、空間的にも重量的にも厳しい制限のもとの設計で求められた性能を達成する必要がある。このように車載デバイスの設計にはマルチフィジックスの観点是不可欠である。また、より一般的な設計問題においても、設計形状が部品として存在しうる形状であることは、暗黙のうちの設計要件となっているはずである。このためには構造力学的設計目標は、どのデバイス設計問題にも、問題にも含めるべきマルチフィジックス要件であるといえる。

例えば、前章では電磁波トポロジー最適化でグレースケールの少ない設計解を得る手法を提案した。しかしながら、得られた構造は構造力学的に不安定な構造で、機械部品としては成立しにくい形状となった。したがって、構造力学的要因を設計要件に含めることは、実現可能な設計解を得るための必須条件である。

さらには、最適化技術を実際の設計で活用するためには、最適形状が機械部品として成立する形状であることはもちろんのこと、その形状が実際に製造可能かどうかを考慮した最適化を行う必要がある。現実の問題では、設計解が実際に製造に適しているかどうかの判断項目は多岐に渡るため、全てを考慮するためには、包括的な設計論が必要になる。したがって、本研究では、まず、トポロジー最適化特有の事象で、生産の妨げになる必ず解決すべき二点の問題について、解決方法を提示する。ひとつは、最適形状の外形的な要因として設計可能であることを保証するための形態、形状に対する制約条件の追加、そしてもうひとつは、グレースケール問題をマルチフィジックス問題においても解決するための制約条件の提案である。

この章では、車載デバイス設計のためのマルチフィジックス設計の第一歩とし、電磁波問題と構造力学問題を他領域多目的問題として定式化し、まず、その特性を明らかにする。そのために、電磁波問題と構造力学問題を他領域多目的問題の特性を知るために、両問題を同時に最適化したときのパレート解を算出する。つぎに、そこで得られた知見を踏まえ、製造可能性をふくめた最適化を行う。



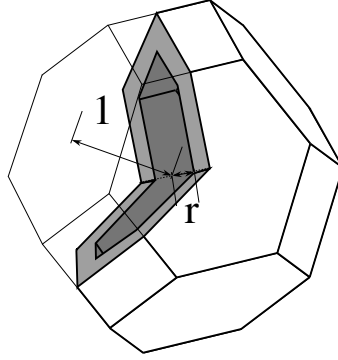


図 6.1 Threedimensional isotropic unitcell

## 6.2 定式化

### 6.2.1 トポロジー最適化

トポロジー最適化では、第 2 章で述べた通り、設計領域の材料の有無を特性関数  $\chi_{\Omega}(\mathbf{x})$  (Eq. (2.1)) で表現し、それにより設計形状を表現する構造最適化手法である。

本章では、前章まで用いてきた誘電率に加え、弾性テンソルを考慮する。弾性テンソルは四階のテンソルであり、等方性を仮定してもテンソルを決定するために二つ以上の独立変数、例えば Lamé の定数、 $\lambda$  および、 $\mu$ 、が必要であるため、二階の等方テンソルのような線形性はない。そこで、本章ではマイクロストラクチャを定義し、均質化法により弾性テンソルを導出する。

ここで、第 2 章、2.1.3 節で説明した通り、古典的均質化設計法で用いられる直交異方性マイクロストラクチャを三次元問題に適用すると設計変数が大幅に増加するため、これを避けるため Fig. 6.1 に示す三次元等方性マイクロストラクチャを提案する。マイクロストラクチャのユニットセルの形状は、周期的な空間充填図形の中で最も等方性の高い切隅八面体である。その中心に、ユニットセル外形と相似の空孔を空ける。このマイクロストラクチャの幾何学的パラメータはこの穴の径  $r$  のみであり、これを変化させることで、設計を変更する。マイクロストラクチャの幾何学形状が特定されれば、均質化法を用い、均質化した Lamé の定数、 $\lambda^H$ 、 $\mu^H$  との関係、後述する手続きで数値的に得ることができる。

今回は、設計変数には直接  $r$  を用いる代わりに、正規化密度  $\rho = 1 - r^3$  を用いる。その理由としては、設計変数を正規化密度にすることにより、トポロジー最適化で頻繁に用いられる体積制約条件を線形制約条件にできるためである。また、そのほかにも、本章で提案する形態や形状に関する制約も、変数の変換をせずに、線形制約条件とできるためである。

誘電率についても同様に等方性材料を仮定するため、誘電率テンソルは  $\varepsilon \mathbf{I}$  と表すことができる。ここで、 $\varepsilon$  はスカラー値である誘電率、 $\mathbf{I}$  は二階の単位テンソルである。したがって、等方性である限り誘電率は線形性があるため、大域的観点から均質化された誘電率は、比誘電率を用いると以下のように線形関数で表現できる。

$$\varepsilon_r^H(\rho) = 1 + (\varepsilon_r^{\text{solid}} - 1)\rho \quad (6.1)$$

ここで、 $\varepsilon_r^{\text{solid}}$  は構造設計に用いる誘電体材料の比誘電率である。そして、前章までとは異なり、本章ではマイクロストラクチャを仮定しているため、Eq. (6.1) は厳密には成立しない。しかしながら、均質化設計法で仮定

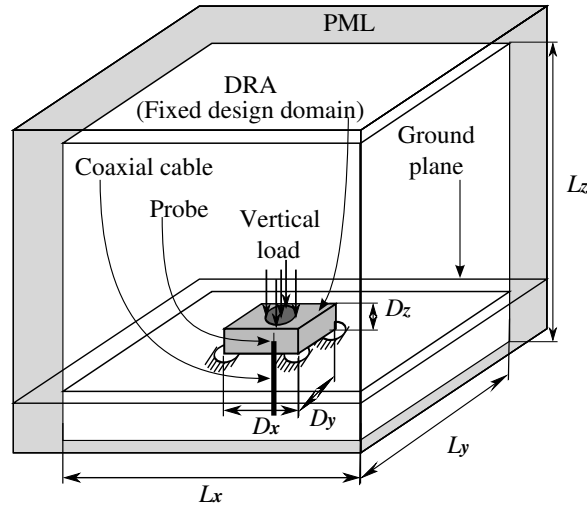


図 6.2 DRA analysis model

しているようなマイクロストラクチャが無限小の周期構造である場合、均質化誘電率は準静的な状態を仮定でき、マイクロストラクチャが等方性の場合、正規化密度と誘電率の関係は、若干下に凸の曲線を描くがほぼ線形である [1, 2]。したがって、今回は線形性を仮定することとする。

### 6.2.2 電磁波問題の設定

Fig. 6.2 に、DRA 設計のための固定設計領域および電磁界解析の解析領域を示す。立方体形状の解析領域の上面、側面を吸収境界条件で囲み、自由空間中を電磁波が伝搬する状態を表す。これらの吸収境界条件には Perfectly Matched Layers[3] (以下、PML と略す) を用いる。底面は完全導体境界条件で遮蔽し、無限地板をモデル化する。設計領域は、Fig. 6.2 に示すように、無限地板上に設置された直方体の領域とし、無限地板の中央下部に垂直に接続された同軸ケーブルから、設計領域に貫入した針状電極を介して電気信号を設計領域に受け渡す。なお、ケーブルの下端は Mur の一次吸収境界条件 [4] で終端している。

Fig. 6.2 に示す解析領域における電磁波伝播問題は、次式に示す Maxwell の方程式で記述される。すなわち、簡単のため電波損失の無いものと仮定すれば、

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (6.2)$$

で表される。ここで、 $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $t$  はそれぞれ磁界、電界、透磁率、誘電率、時間である。ここでは、上式を FDTD 法により時間領域において解く。

### 6.2.3 構造力学問題の設定

次に、Fig. 6.2 の固定設計領域に構造力学解析のための解析条件を示す。図に示したように、アンテナ上部中央からの荷重が作用する場合を想定し、直方体の設計領域の底面の四隅を変位拘束し、上面中央の円状の領域に荷重を負荷した場合について考える。設計対象は線形弾性体とし、簡単のため物体力は考慮しない。このよ

うな線形弾性場における釣合い方程式を弱形式で記述すれば、次式となる。

$$\int_D \mathbf{u}^* : \mathbf{C} : \mathbf{u} d\Omega = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma \quad (6.3)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は変位、 $\mathbf{u}^*$  は仮想変位、 $\mathbf{C}$  は弾性テンソル、 $\Gamma_t$  は表面力をあたえた境界、 $\mathbf{t}$  は表面力である。ここでは、上式を FEM により解く。

#### 6.2.4 電磁波問題における目的関数の設定

電磁波問題の目的関数は、第 5 章と同様に、給電点における反射電力量  $W_{\text{ref}}$  の最小化とする。

$$W_{\text{ref}} = \int_0^T \int_{\Omega_{\text{obs}}} \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\text{obs}}(t) - \mathbf{E}_{\text{in}}(t)|^2 d\Omega dt \quad (6.4)$$

ここで  $T$  は電磁界解析終了までの経過時間、また、 $\Omega_{\text{obs}}$  は、反射電力量を算出するための観測面であり、ここでは給電点を取り囲む閉曲面である。 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$  は、 $\Omega_{\text{obs}}$  にて得られる電界で、 $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  は、 $\mathbf{E}_{\text{obs}}(t)$  のうちの入射パルスによる電界である。この  $\mathbf{E}_{\text{in}}(t)$  は、アンテナ形状に依存しないため、あらかじめ算出でき、最適化過程を通じて同じ値を用いることができる。

#### 6.2.5 構造力学問題における目的関数の設定

構造力学的な観点において、アンテナ設計の満足すべき要件は、アンテナに作用する荷重に対して、十分な剛性をもつことにある。ここでは、次式に示す平均コンプライアンス  $l(\mathbf{u})$  を最小化 [5] することにより、アンテナ構造の剛性最大化を図る。

$$l(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} d\Gamma \quad (6.5)$$

#### 6.2.6 製造可能性のための制約条件の設定

トポロジー最適化の優位点のひとつとして、設計の自由度の高さがあげられる。これにより、構造物の形状のみならず、その形態（トポロジー）も同時に最適化が可能であり、初期形状の影響が少ない設計形状を得られる。これは、新規な構造を設計できる反面、同時に複雑な形態を持つ設計解を導き出す可能性を併せ持つ。一般に複雑な形態を持つ設計形状は製造コストの上昇につながる。例えば、内部に空洞を有する形状は、内部の空洞の作成のために必要となる工程が、全体の工程の大幅な増加につながりコストを押し上げる。あるいは、使用する材料によっては作成不可能である場合もある。したがって、内部に空洞を有する形状はできる限り避ける必要がある。

このような、設計解の形態についてコントロールを行うことは、トポロジー最適化の、最適トポロジーを得るという本来の目的からは外れる。そして、逆に形態の変更を望まない場合、形状最適化のような外形のみを変更する最適化手法を用いることも可能である。しかし、形状最適化では初期形状への依存性が高く、多峰性の問題では局所解に陥る可能性が高いという問題がある。したがって、たとえトポロジーに制約をあたえる場合でも、初期解の影響が低いトポロジー最適化を用いるメリットは大きい。そこで、トポロジーを制約したトポロジー最適化を提案する。

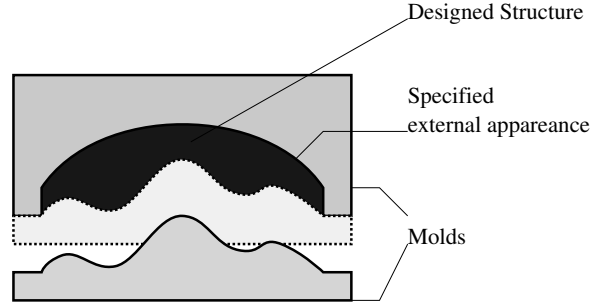


図 6.3 DRA design for injection molding

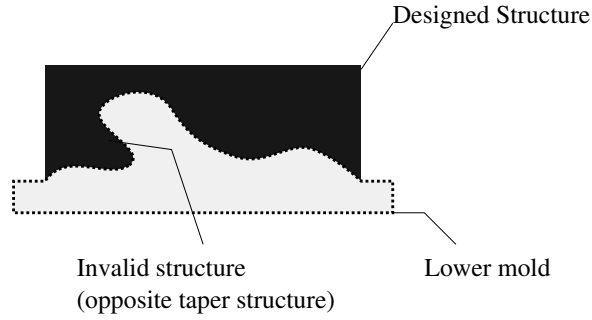


図 6.4 Invalid structure

Fig. 6.3 に生産可能性のための設計要求の概略図を示す．前章と同様に，セラミックス誘電体充填樹脂材料を材料とした誘電体共振器を射出成形で生産することとする．加えて今回は，上部は指定された外観要求を満たす必要があるとする．外観要求は，座標値の関数の値 0 における等値面で表現されるものとすれば，関数値が 0 未満をとる位置で密度 0，関数値が 0 をとる位置で密度 1 となるように制約すれば外観要求が満たされる．ここでは簡単のため，外観上の要求は中心位置  $\mathbf{x}_c$ ，半径  $\phi_o$  の球殻の一部をなしていることとする．この場合，制約条件は以下のように定式化できる．

$$\begin{cases} R_1 = \rho(\mathbf{x}) < 0 & \text{if } \phi_o < |\mathbf{x} - \mathbf{x}_c| \\ R_2 = \rho(\mathbf{x}) > 1 & \text{if } \phi_o - \Delta\phi < |\mathbf{x} - \mathbf{x}_c| < \phi_o \end{cases} \quad (6.6)$$

ここで  $\Delta\phi$  は，球殻部の最小厚さである．

つぎに，離形性についての制約を施す．Fig. 6.3 では，金型の下部が開き，製品を取り出すことを考える．このとき，下部の金型と製品が分離できなければならない．そのためには，断面形状に Fig. 6.4 に示すような逆テーパ部があってはならない．これは，以下の制約条件で回避できる．

$$T_1 = \rho(\mathbf{x} - \Delta\mathbf{z}) - \rho(\mathbf{x}) < 0 \quad \text{if } |\mathbf{x} - \mathbf{x}_c| < \phi_o - \Delta\phi \quad (6.7)$$

ここで， $\mathbf{z}$  は  $z$  軸方向の単位ベクトルである．

### 6.2.7 パレート解算出のための多目的最適化問題の定式化

前述のように本最適化問題は、電磁波問題と構造力学問題のそれぞれに対し目的関数を持つ多目的最適化問題となる。前章で示したとおり、電磁波問題では、グレースケールの抑制と構造力学的安定性の両方を満足した設計解は得られていない。他方、構造力学問題では、当然、構造力学的に安定な構造が得られ、また、グレースケール抑制についても SIMP が有効であることが知られている。したがって、今回は、多領域多目的最適化問題における SIMP の有効性の範囲を確認するため、以下のような弾性テンソル  $\mathbf{C}^H$  と正規化密度  $\rho$  の関係式を用いる。

$$\mathbf{C}^H = \mathbf{C}_0 + (\mathbf{C}^{\text{solid}} - \mathbf{C}_0)\rho^p \quad (6.8)$$

ここで、 $\mathbf{C}_0$  は非常に小さな弾性率をもつ弾性テンソル、 $\mathbf{C}^{\text{solid}}$  は設計に用いる材料の弾性テンソル、 $p$  はグレースケールにペナルティをあたえるためのパラメータで、今回は 3 とする。

このような多目的問題を解く方法として、重み付け総和法 [6] や、 $\epsilon$  制約法 [7] などの種々の方法が提案されている。この中で、重み付き総和法は、パレート面が凸でない場合、解が得られない欠点をもつものの、定式化とパレート解の求解が最も簡易に行える方法として広く利用されている。そこで、本研究でもこの重み付き総和法を用いてパレート解を算出する。以下、重み付き総和法に基づき、以下のように最適化問題を定式化する。

$$\begin{aligned} \underset{\rho}{\text{Minimize}} \quad & F = w \frac{W_{\text{ref}}}{W_{\text{ref}}^{\text{init}}} + (1 - w) \frac{l(\mathbf{u})}{l(\mathbf{u})^{\text{init}}} \\ \text{subject to:} \quad & 0 \leq \rho \leq 1 \\ & V = \int_D \rho d\Omega \leq V^U \\ & \text{Maxwell's equations in Eq. (6.2)} \\ & \text{Elastic equation in Eq. (6.3)} \end{aligned} \quad (6.9)$$

ここで、 $W_{\text{ref}}^{\text{init}}$ ,  $l(\mathbf{u})^{\text{init}}$  はそれぞれ初期設計解における反射電力量、コンプライアンスの値である。 $w$  は重み係数で  $0 \leq w \leq 1$  の値をとる。 $V$  は、設計対象の構造物の体積、 $V^U$  はその最大許容値である。ここで、アンテナ構造のとりうる最大寸法は、固定設計領域  $D$  により制限されているため、設計対象の構造物の体積を制約することは、事実上は構造物の重量を制約することにほかならず、誘電体共振器アンテナの設計要件としては重要性は小さい。しかしながら SIMP によりグレースケールを抑制するためには必要である。

### 6.2.8 製造可能性を考慮した多目的最適化問題の定式化

この項では、製造可能性を考慮した上で、多目的最適化問題を解くための最適化問題を定式化する。まず、前項と同様に、電磁波問題と構造力学問題のそれぞれに対し目的関数を持つ多目的最適化問題を考える。そして、製造可能性を考慮するために前述した形状および形態への制約を課すこととする。

多目的最適化の手法として、電磁波問題の多峰性に着目し、 $\epsilon$  制約法 [7] に基づき、電磁波問題の目的関数を制約条件とし、構造力学問題の目的関数を主の目的関数とする。このとき、電磁波設計要件は比較的明確な値を設定しやすいため、制約値を明示的に設定できるという利点もある。そして、剛性最大化問題を目的関数にすることにより、目的関数の凸性と単調性が得られることを期待している。

また、次節にて、数値例を示して詳細を述べるが、マルチフィジックス問題のなかで構造力学問題に対して SIMP を適用した場合、そのグレースケール抑制能力は限定的である。したがって、製造可能性検討においては、第 3 章 3.2.2 節で提案した空間占有率制約を用い、グレースケールを抑制する。このとき、体積制約の必要な Eq. (3.16) に基づく定式化と、体積制約の不要な Eq. (3.17) に基づく定式化の両方を比較検討する。

これらを考慮すると最適化問題は次式のように定式化される．まず, Eq. (3.16) に基づく定式化は, 次式で示される．

$$\begin{aligned}
& \underset{\rho}{\text{Minimize}} && F = \frac{l(\mathbf{u})}{l(\mathbf{u})^{\text{init}}} \\
& \text{subject to:} && 0 \leq \rho \leq 1 \\
& && \bar{F} = \frac{W_{\text{ref}}}{W_{\text{ref}}^{\text{init}}} < \frac{W^U}{W^{\text{init}}} \\
& && V = \int_D \rho(\mathbf{x}) d\Omega < V^U \\
& && V_{\text{ex}} = \int_D H(\rho(\mathbf{x})) d\Omega \leq V^U \\
& && R_1 = \rho(\mathbf{x}) < 0 \\
& && R_2 = \rho(\mathbf{x}) > 1 \\
& && T_1 = \rho(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{z}) - \rho(\mathbf{x}) < 0 \\
& && \text{Maxwell's equations in Eq. (6.2)} \\
& && \text{Elastic equation in Eq. (6.3)}
\end{aligned} \tag{6.10}$$

ここで,  $\frac{W^U}{W^{\text{init}}}$  は  $\epsilon$  制約法のための制約値であり, 許容できる反射エネルギー分率の最大値である．また,  $V$  はマイクロストラクチャ内の材料の体積分率から算出される体積,  $V_{\text{ex}}$  は空間占有率,  $V^U$  はその両方の上限値である．

DRA 設計問題では, 通常, 重量が問題になることは無いため, 体積制約上限を課すことに工学的な有用性は低い．したがって, 体積制約を課さない定式化を用いた方が, 構造力学的により安定した設計形状が得られることが期待できる．この場合 Eq. (3.17) に基づく定式化が有効である．Eq. (3.17) に基づく定式化は, 次式の通りである．

$$\begin{aligned}
& \underset{\rho}{\text{Minimize}} && F = \frac{l(\mathbf{u})}{l(\mathbf{u})^{\text{init}}} \\
& \text{subject to:} && 0 \leq \rho \leq 1 \\
& && \bar{F} = \frac{W_{\text{ref}}}{W_{\text{ref}}^{\text{init}}} < \frac{W^U}{W^{\text{init}}} \\
& && S = V_{\text{ex}} - V \\
& && = \int_D H(\rho(\mathbf{x})) d\Omega - \int_D \rho(\mathbf{x}) d\Omega < \epsilon_V \\
& && R_1 = \rho(\mathbf{x}) < 0 \\
& && R_2 = \rho(\mathbf{x}) > 1 \\
& && T_1 = \rho(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{z}) - \rho(\mathbf{x}) < 0 \\
& && \text{Maxwell's equations in Eq. (6.2)} \\
& && \text{Elastic equation in Eq. (6.3)}
\end{aligned} \tag{6.11}$$

ここで,  $\epsilon_V$  は,  $S$  の最大許容値である．

## 6.3 実装

### 6.3.1 均質化弾性テンソルの算出

Fig. 6.1 に, 提案する三次元等方性マイクロストラクチャを示す．

均質化法による物性テンソル算出には,  $r$  を 0 から 1 まで 0.05 間隔で変化させた 20 個のメッシュモデルを用意し, Lamé の定数を材料部で  $\lambda = 0.5769\text{GPa}$ ,  $\mu = 0.3846\text{GPa}$ , 空孔部で  $\lambda = 1.001 \times 10^{-9}\text{GPa}$ ,

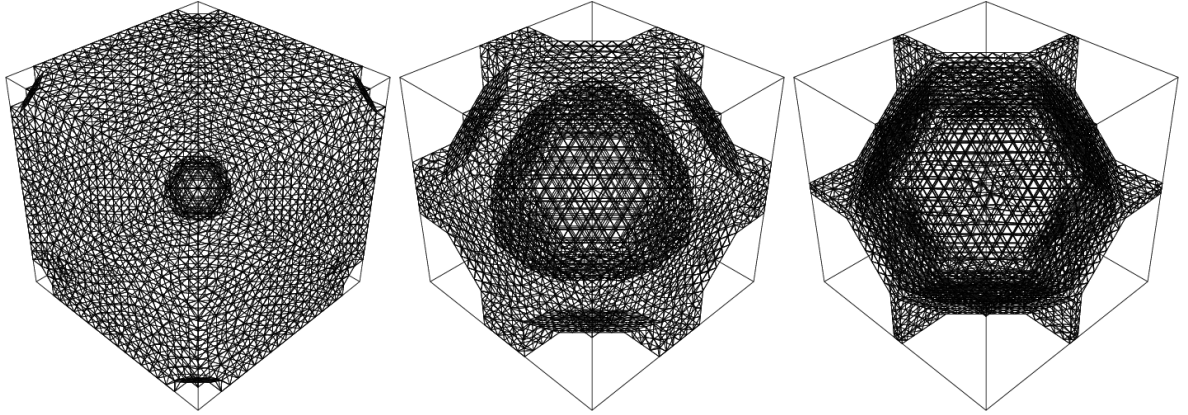


図 6.5 Example of three-dimensional isotropic microstructure meshmodel ( $r = 0.25, 0.75, 0.95$ )

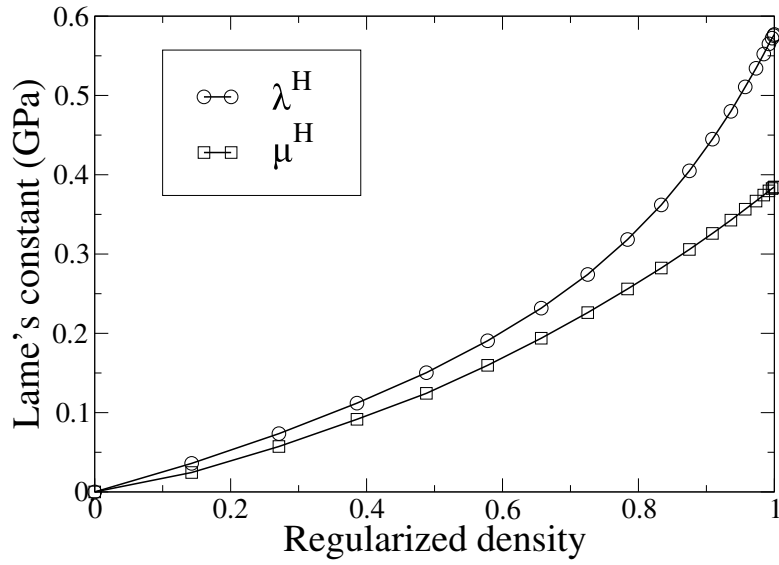


図 6.6 Relationship between regularized density and Lamé's constants

$\mu = 4.995 \times 10^{-7}$  GPa として求める。Fig. 6.5 に例として,  $r = 0.25, 0.75, 0.95$  のメッシュを示す。見やすさのため, メッシュモデルは材料部についてのみ表示しているが, 実際には空孔部にもメッシュがある。そして, Fig. 6.6 に正規化密度  $\rho$  と算出された Lamé の定数の関係を示す。これをみると,  $\rho < 0.5$  にて,  $\lambda^H$  も  $\mu^H$  もある程度の傾きを保ちつつ, ほぼ線形に近い関係になっていることがわかる。これは SIMP 法の  $\rho = 0$  近辺で傾きが 0 になるのと比較すると大きく異なる特徴である。

### 6.3.2 材料分布の連続性を考慮した離散化と設計変数の配置

本研究では, 電磁界解析には FDTD 法を用い, 構造力学解析には有限要素法 (Finite Element Method, 以下 FEM と略す) を用いる。FEM では, 物性値の空間的な不連続を許容するが, FDTD 法では, 連続であることを必要とするため, 物性値の不連続の生じる離散化の方法は用いることができない。材料密度分布  $\rho(\mathbf{x})$  を数

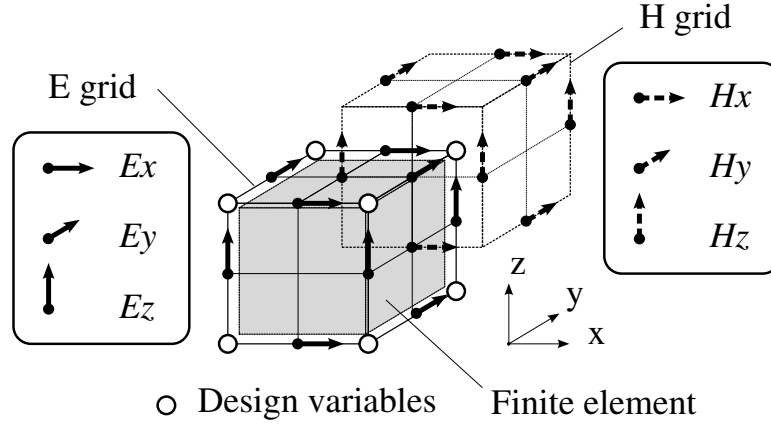


図 6.7 Yee cell and design variable layout

値的に取り扱う場合にも空間の離散化が必要となるが、これに関しても連続性が保証される離散化の方法が必要となる。

従来までの FEM を用いたトポロジー最適化 [8] では、設計変数となる離散化された密度について、その位置を有限要素の中心に設定し、有限要素内の密度は一定であると仮定して離散化している。よって、隣接する要素同士の境界にて密度および物性テンソルは不連続になるので、本研究ではこの離散化の方法は利用できない。

他方、チェッカーボードなどのトポロジー最適化の数値的不安定問題を抜本的に解決する方法として、材料分布の連続性を仮定した設計空間緩和および離散化の方法 [9] が提案されている。この方法では、設計変数となる離散化された密度を有限要素の節点に配置し、離散化された密度間の値を補間関数を用いて連続的に分布させる。すなわち、固定設計領域  $D$  における体積密度の分布  $\rho(\mathbf{x})$  を、次式で表す。

$$\rho(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{x}) R_j \quad (6.12)$$

ここで、 $R_j$  は有限要素の節点  $j$  における正規化された体積密度  $\rho(\mathbf{x})$  の値、 $N_j$  は補間関数である。この方法を用いれば、材料物性値も有限要素節点の間において補間され、空間的な連続分布が保証される。そこで、本研究においてもこの離散化の方法を用いることにする。なお、Eq. (6.12) における設計変数の配置は、本研究においても FEM に用いる節点と同一とし、補間関数  $N_j$  には  $C^0$  連続な最も簡単な関数として、双一次関数を用いる。

次に、FDTD 法と密度分布の離散化の整合性について検討する。

FDTD 法の解析空間は、Fig. 6.7 に示す、二つの直交格子からなる Yee セル [10] を用いて分割される。Yee セルによる空間の離散化では、二つの直交格子を電界格子、磁界格子 (それぞれ、Fig. 6.7 の E grid と H grid) とし、互いに  $xyz$  の全ての方向に  $1/2$  格子間隔分ずらして配置する。そして、状態変数である電界及び磁界ベクトルの各成分、 $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  を、それぞれ電界格子と磁界格子の各辺の中点に配置する。ここで、設計変数である離散化された密度は、有限要素との整合性を確保するため、Fig. 6.7 の○印に示すように、電界格子の頂点に配置する。そして、電界格子に配置された設計変数の値から、電界節点、磁界節点上の正規化された体積密度を Eq. (6.12) を用いて求める。なお、FDTD 法では、解析時に直交構造格子を必要とするので、構造力学解析の有限要素分割も FDTD 法の電界格子配置に一致するように設定する。

なお、この手法の整合性を維持するためには、前述した幾何学上の制約条件、 $R_1$ ,  $R_2$ ,  $T_1$  や  $V$  および  $V_{\text{ex}}$  な



どの適用についても、連続した密度場に対して適応する必要があることを注記しておく。

### 6.3.3 最適化アルゴリズム

最適化アルゴリズムには逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming, SLP) を用いる [11, 12].

制約条件については、パレート解算出のための最適化問題 (Eq. 6.9) の体積制約  $V$  については、設計変数  $\rho(\mathbf{x})$  と線形関係なので、SLP での制約条件の線形化を用いて制約する。

他方、製造可能性を考慮した最適化問題 (Eq. 6.10, 6.11) では、 $V, T_1, R_1, R_2$  が線形制約条件であるが、 $R_1, R_2$  については、初期解に制約を満たさないものを用いるために、制約条件の線形化を用いることはできない。また、 $\bar{F}, V_{\text{ex}}, S$  は非線形制約条件である。したがって  $V, T_1$  については制約条件の線形化を、 $\bar{F}, V_{\text{ex}}, S$  と  $R_1, R_2$  については、第 3 章 3.1.3 項で紹介した拡張ラグランジアン法 [13] を用いて制約する。

## 6.4 電磁波問題と構造力学問題におけるパレート解

### 6.4.1 問題設定

この節では、構造力学問題に SIMP を用い、電磁波問題と構造力学問題におけるパレート解を算出し、パレート解と SIMP によるグレースケール抑制効果の関係を検証する。

解析領域および設計領域は、6.2.2 節の Fig. 6.2 に示すように設定する。解析領域は  $Lx = Ly = Lz = 60\text{mm}$  の立方体形状とし、下面から  $10\text{mm}$  の位置に、完全導体の水平板を設定する。設計領域は  $Dx = Dy = 32\text{mm}$ ,  $Dz = 8\text{mm}$  の直方体形状とし、前述のように、固定設計領域の底面の四隅の半径  $2\text{mm}$  以内を変位拘束し、上面中央の半径  $2\text{mm}$  の領域に荷重  $1\text{N}$  を負荷する。そして、 $5.0\text{GHz}$  と  $7.0\text{GHz}$  の近辺の二つの周波数領域において、アンテナの放射電力量が最大になるようマルチバンドアンテナを設計するため、入射パルスには、中心周波数をそれぞれ  $5.0\text{GHz}$  と  $7.0\text{GHz}$  とし、半値幅は両方とも  $0.5\text{GHz}$  とするガウシアンパルスの混合パルスを与える。さらに、設計領域の体積の最大許容値  $V^U$  は、固定設計領域  $D$  の  $50\%$  に設定する。

### 6.4.2 パレート解とグレースケールの関係

Fig. 6.8 に、横軸を正規化反射電力量  $W_{\text{ref}}/W_{\text{ref}}^{\text{init}}$ 、縦軸を正規化平均コンプライアンス  $l(\mathbf{u})/l(\mathbf{u})^{\text{init}}$  に設定し、パレート解を示す。○印で示している点については、そのときの最適形状と重み係数  $w$  の値をグラフの上下に示している。なお、三次元の密度分布の表示法としては一般的には等値面表示が用いられるが、グレースケールの有無が可視化できない。そこで、グレースケールが見える形で外形を表示するため、空孔に相当する  $\mathbf{R}_i = 0$  をとる節点を除外した上で要素表面を表示している。そして、要素表面の色は、白が設計変数  $0$ 、黒が設計変数  $1$  を表す。

パレート解は、Eq. (6.9) の重み係数  $w$  の値の変化に対して  $W_{\text{ref}}$  の変化が大きかった  $w = 0.0$  から  $w = 0.1$  の間においては、 $w$  を  $0.01$  ごとに、 $W_{\text{ref}}$  の変化が小さかった  $w = 0.1$  から  $w = 1.0$  の間においては、 $w$  を  $0.1$  ごとに変化させて求めている。

この図より、反射電力量  $W_{\text{ref}}$  と平均コンプライアンス  $l(\mathbf{u})$  には相反傾向にあることがわかる。すなわち、アンテナの電磁波伝搬性能を向上させれば剛性は低下し、逆に、剛性を向上させれば電磁波伝搬性能は低下することがわかる。

前報 [14] で説明したように、電磁波問題は多峰性を示し、SIMP におけるペナルティを与えるパラメータ

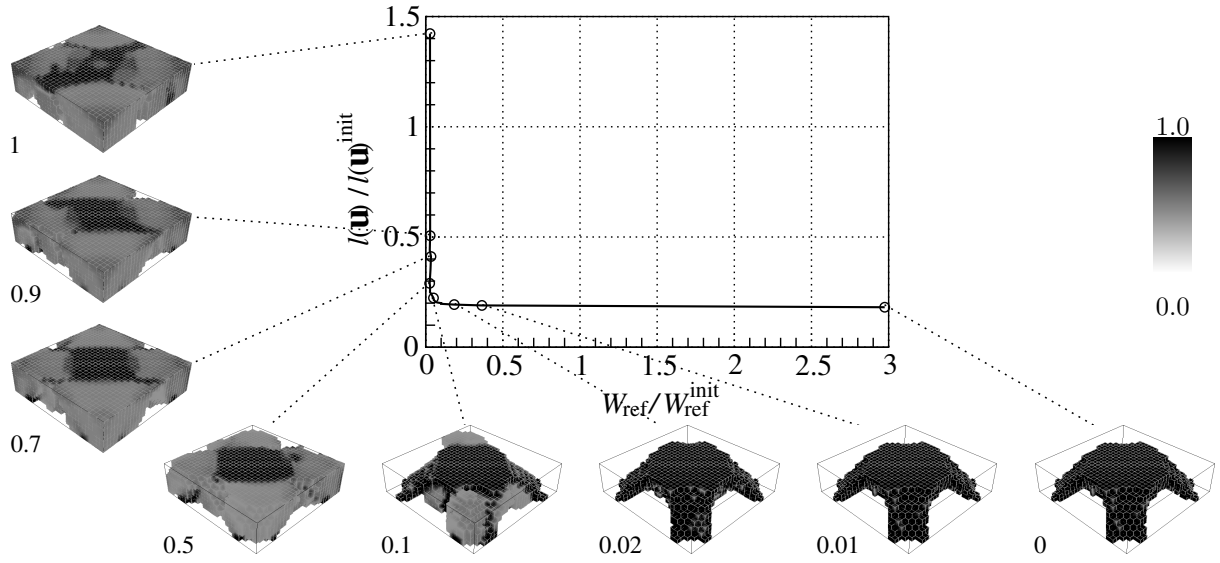


図 6.8 Pareto solutions

$p_{\text{dielec}}$  を 1 以上に設定しても、グレースケールを減少させることができない。これに対して、構造力学における剛性最大化問題 [8] は、目的関数が設計変数に関して単調性を示し、ペナルティを与えるパラメータ  $p_{\text{elast}}$  を適切に設定することにより、グレースケールを含まない最適構造が得られる。ここでは、電磁波問題と剛性最大化問題を同時に解くことにより、パレート解の中から、 $p_{\text{elast}}$  の効果に由来するグレースケールの少ない解の選択方法を考える。

まず、グレースケールの発生状況を明らかにするため、グレースケールを定量的に評価する指標を定式化する。グレースケールは、設計変数である正規化された体積密度が 0 より大きく 1 より小さい値を持つ場合に生じるから、グレースケールの定量的評価尺度、すなわちグレースケール率を次式のように定義する。

$$G = \# \{ \mathbf{R}_i | 0 < \mathbf{R}_i < 1 \} / \# \{ \mathbf{R} \} \quad (6.13)$$

ここで、 $\#$  は集合の要素数を表す。すなわち、このグレースケール率が大きければ設計領域に多くのグレースケールが存在し、逆に小さければ、グレースケールが少ないことがわかる。そして、グレースケール率 0 の場合、全ての設計変数の値が 0 または 1 となることを意味する。上式を用いて、Fig. 6.9 に重み係数  $w$  に対する、グレースケール率  $G$  と二つの目的関数  $W_{\text{ref}}/W_{\text{ref}}^{\text{init}}$ ,  $l(\mathbf{u})/l(\mathbf{u})^{\text{init}}$  の関係を示す。図に示したように、反射電力量  $W_{\text{ref}}$  は、重み係数  $w$  を 0 から増加していった場合、 $w = 0.03$  までに急激に減少し十分小さい量となる。よって、十分な電磁波特性を維持するためには重み係数  $w$  を 0.03 以上にする必要がある。他方、平均コンプライアンス  $l(\mathbf{u})$  は、 $w = 0.5$  以下であれば十分小さい値であることが分かる。したがって、この問題では、 $0.03 \leq w \leq 0.5$  の範囲内であれば、両方の目的を同時に満たす設計解が得られることが分かるため、この中から、グレースケールの少ない物理的に妥当な解を選択する。

グレースケール率  $G$  に着目すると、重み係数  $w$  が 0.03 以上では、グレースケール率  $G$  は大きく増加する。これは、 $w$  が十分小さければ剛性最大化問題の特徴が顕著となり、ペナルティをあたえるパラメータ  $p_{\text{elast}}$  が有効に働きグレースケールが抑制されるが、逆に、 $w$  が大きくなると、電磁波問題の特徴が表れ、グレースケールが発生するためであると考えられる。したがって、グレースケールが少ない物理的に合理的な最適構造を選択するには、重み係数  $w$  が 0.03 以下である必要がある。以上の考察結果から、適切な重み係数  $w$  の値は問題

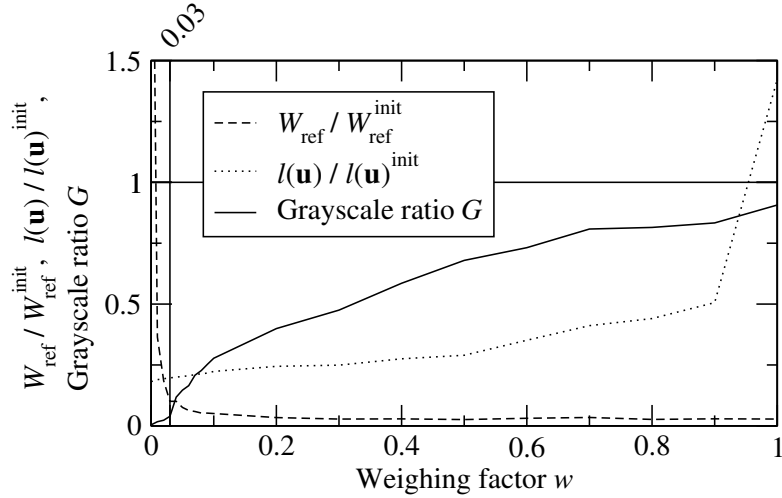


図 6.9 Relation of objective functions, grayscale ratio  $G$  and weighting factor  $w$

に依存するが、今回の事例では、重み係数  $w$  が 0.03 の場合の最適構造を選択すれば、グレースケールが少なく、さらに二つの目的関数の最適値が物理的に妥当な値である最適構造が得られることがわかる。しかしながら、適切な形状を得ることができた重み係数は一点のみであり、SIMP によるグレースケール抑制が限定的であることもわかる。

#### 6.4.3 最適構造の評価

ここでは、重み係数  $w$  が 0.03 の場合の最適構造について、その具体的な最適構造の形状と物理的特性について検討してみる。Fig. 6.10 に重み係数  $w$  が 0.03 の場合の最適構造について、入力電力  $P_{in}$  に対する反射電力  $P_{ref}$  の比である反射係数 (Reflection coefficient) の周波数応答を示す。なお、比較のため、重み係数  $w$  を 0 とし、コンプライアンス最小化のみを考慮した場合の最適形状の反射係数の周波数応答も示す。また、図の網掛けの領域は、反射電力量の最小化をねらった周波数である 5.0GHz と 7.0GHz を中心とする 0.5GHz の帯域について、アンテナの動作周波数帯域とされる  $-10\text{dB}$  以下の領域を示している。なお、この図では、縦軸に反射係数を表記しており、アンテナの共振周波数にて反射係数が下にピークを持つことを注記しておく。この図から、 $-10\text{dB}$  以下に達する明確な共振点は、 $w = 0$  の場合は、4.24GHz に一つあるのみであるのに対し、 $w = 0.03$  の場合には、5.0GHz 近辺に二つ、7.0GHz 近辺に四つ、合計六つ存在することがわかる。さらに、 $w = 0.03$  の場合は、応答が網掛けの範囲内にあり、5.0GHz と 7.0GHz のそれぞれの領域で 0.5GHz 以上の動作帯域幅を確保できていることがわかる。

Fig. 6.11 と Fig. 6.12 に、重み係数  $w$  がそれぞれ 0 と 0.03 の場合の最適構造を上からと下から見た図、および、これらの設計解の、底面から 1mm 間隔で底面に平行な面における最適構造の断面図を示す。

また、Fig. 6.13 に、近傍の電界分布を正規化した絶対値を用いて表示する。表の上段に、5.0GHz 近辺の共振周波数について、表の中段および下段に、7.0GHz 近辺の共振周波数について、底面に並行な面での断面で表示する。断面の底面からの高さは、それぞれの周波数にて電界強度が強い高さを選び、その高さを各図の下に周波数と併記する。

Fig. 6.11 と Fig. 6.12 を比較すると、 $w$  が 0 と 0.03 のいずれの場合も、グレースケールは最適形状の境界近

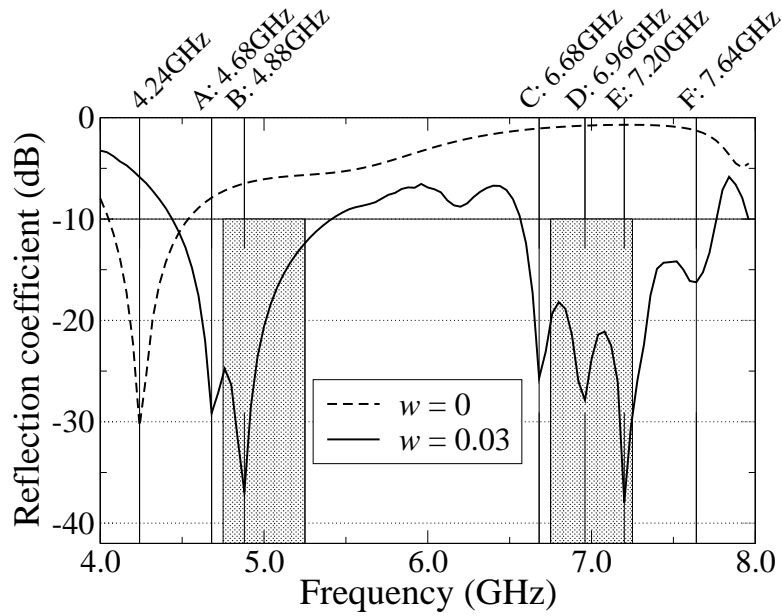


図 6.10 Reflection coefficient of optimal solution

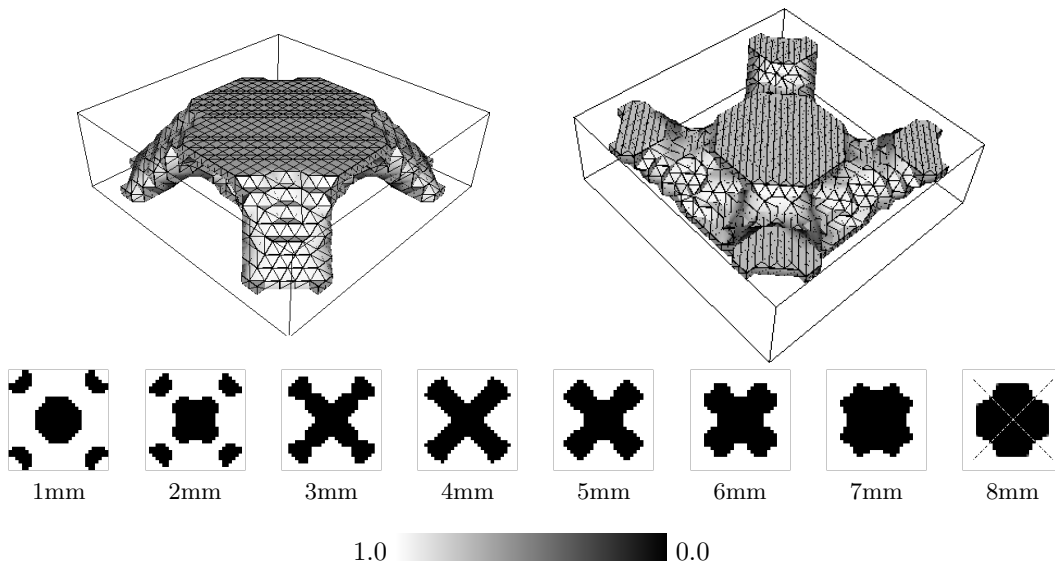


図 6.11 Optimal configuration and horizontal cross-sections when  $w=0$  (only mean compliance considered)

辺の限られた箇所にもわずかに見られるでだけで、なおかつチェッカーボードも存在しない、明瞭で物理的に妥当な構造が得られていることがわかる。

両最適構造とも類似したテーブル型の形状となっているが、底面より 8mm 上の断面構造を比較してみると、 $w$  が 0 の場合には、図に示したように四つの方向に对称な構造になっているのに対して、 $w$  が 0.03 の場合には二つの方向に对称な構造となっており、対称方向の数が減少している。Fig. 6.13 の近傍界分布表示を見ると、 $w = 0$  の場合、共振周波数である 4.24GHz にて、断面構造同様、四方向対称のモードであるのに対し、

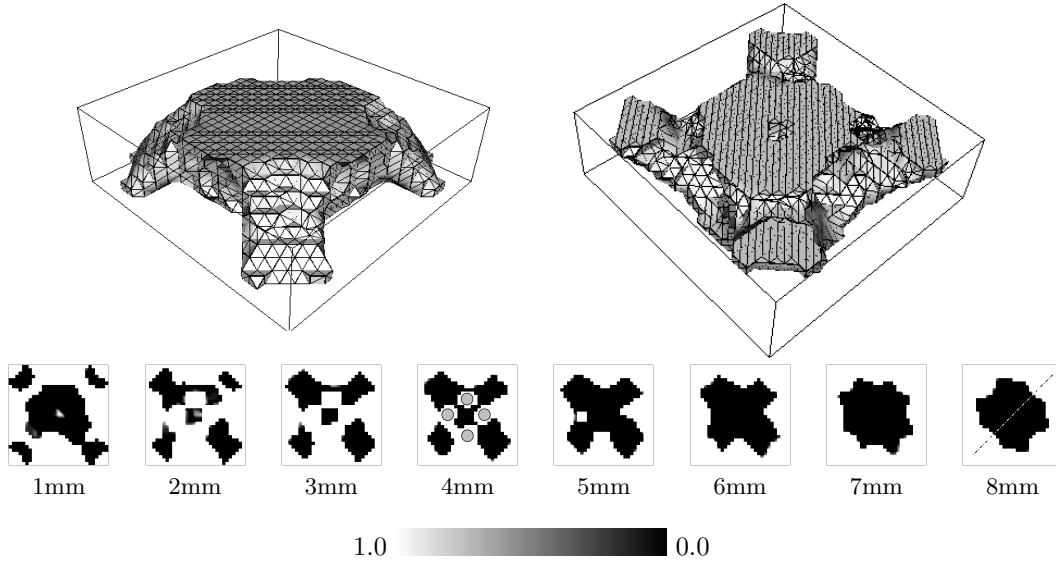


図 6.12 Optimal configuration and horizontal cross-sections when  $w=0.03$

$w = 0.03$  の A, B では、二つの共振周波数において、それぞれ異なる対角線方向に直交する形のモードで共振していることがわかる。これは、アンテナ構造の二つの対角線方向の長さを変えることでモードの多重化を解消し、二つの共振点を 5.0GHz 付近に共存させているものと考えられる。

また、底面より 3mm から 5mm 上の最適構造を比較すると、 $w$  が 0 の場合には充填構造になっているのに対して、 $w$  が 0.03 の場合には、Fig. 6.12 の 4mm の図に示すように、針状電極を囲むように繋がった、形状の異なる四つの空隙ができていることがわかる。近傍界分布表示を見ると、 $w = 0$  の場合では、7.0GHz においても、4.24GHz の場合と同様に四方向対称のモードである。また、電界強度も、7.0GHz 近辺には共振点がないため、誘電体構造に沿ってわずかに電界が強まっているだけである。これに対し、 $w = 0.03$  の C, D, E, F では、四つの空隙が電界の弱い位置に対応し、それぞれ非対称のモードをとり、各周波数で異なる箇所で電界が強くなっている。これにより、四つの共振点が動作帯域付近に生成されていると考えられる。

## 6.5 製造を考慮したマルチフィジックス問題への適用

### 6.5.1 問題設定

この節では、6.2.8 節で定式化した製造を考慮したマルチフィジックス最適化問題について検証する。解析モデルは 6.4.1 で説明した条件と同じである。

入射パルスには、前節と同様、中心周波数をそれぞれ 5.0GHz と 7.0GHz とし、半値幅は両方とも 0.5GHz とするガウシアンパルスの混合パルスを与える。加えて、今回は、両周波数のパルスに波長に応じた重みを付ける。これは、一般に長い波長に対応するアンテナを作るためには大きなアンテナが必要であることから、限られた設計領域内では、周波数に応じて目的の達成の難易度に差が付くからである。したがって、それぞれ波長の比に応じてエネルギーを分配することとする。すなわち、5.0GHz, 7.0GHz に中心周波数を持つガウシアンパルスの関数をそれぞれ  $J_{G1}(t)$ ,  $J_{G2}(t)$  とすると混合パルス  $J_G(t)$  は

$$J_G(t) = \frac{\lambda_1 J_{G1}(t) + \lambda_2 J_{G2}(t)}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (6.14)$$

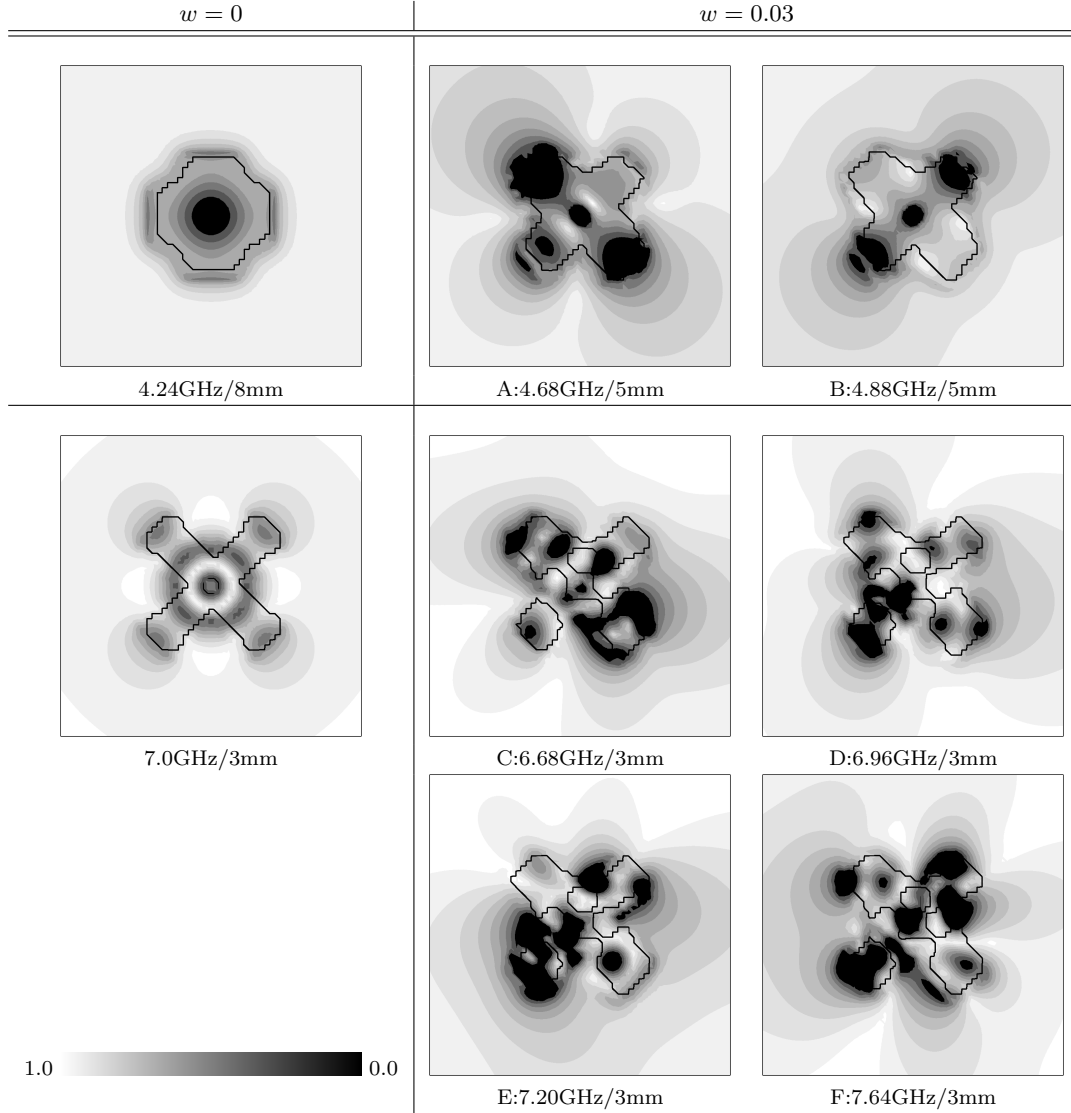


図 6.13 Normalized amplitude of electric field at resonance frequencies

となる。ここで、 $\lambda_1, \lambda_2$  は 5.0GHz, 7.0GHz における自由空間波長である。

また、6.2.8 項の Eq. (6.10), Eq. (6.11) における、最大許容エネルギー比、 $\frac{W^U}{W_{\text{init}}}$  は 0.2 とし、体積制約上限は、 $V^U = 0.5$  とする。外観形状の設計要件は、まず、設計領域の底面の中心を原点とした座標系を考え、 $\mathbf{x}_c = (0\text{mm}, 0\text{mm}, -25\text{mm})$ ,  $\phi_o = 34\text{mm}$ ,  $\Delta\phi = 2\text{mm}$  とする。

そのほか、実装上のパラメータとして、第 3 章 3.2.2 で述べた Heaviside 関数の緩和のための遷移幅を決定するパラメータ  $h$  を 0.1 とし、関連するパラメータである  $S$  の最大許容値  $\epsilon_V$  を  $-h$  とする。

ここでは、式 6.10 で示した最適化問題の妥当性を検討するため以下に述べる四つの例題を用意し、最適化結果を比較する。例題 A では、式 6.10 で示した最適化問題のうち、全ての形状に関する制約条件をはずして最適化を行う。すなわち、外観形状のための制約条件である  $R_1$  と  $R_2$ , および、離形性のための制約条件  $T_1$  を考慮しない。例題 B では、式 6.10 で示した最適化問題のうち、外観形状のみを制約し、離形性のための制約条件

表 6.1 Constraint settings for Cases A, B, C, D and E

	Case A	Case B	Case C	Case D	Case E
$R_1, R_2$	×	○	○	○	○
$T_1$	×	×	○	○	○
$V$	○	○	○	○	—
$V_{\text{ex}}$	×	×	×	○	—
$S$	—	—	—	—	○

○:set, ×:not set

$T_1$  を考慮しない. 例題 C では, 体積制約条件と空間占有率制約条件の違いを見るため, 式 6.10 で示した最適化問題のうち,  $V_{\text{ex}}$  を考慮から除外する. なお, 例題 A, B, C では,  $V_{\text{ex}}$  を考慮せず, 通常のトポロジー最適化での体積分率  $V$  のみを制約する.

他方, 例題 D では, 式 6.10 で示した最適化問題をとき, 結果を前述の三つの例題と比較する. 最後に, 例題 E では, 式 6.11 で示した最適化問題をとき, 結果を比較する. なお, この定式化では, 体積制約上限値は不要である.

これら, 例題と制約条件の設定の関係を表 6.1 にまとめる.

### 6.5.2 製造を考慮するための制約条件の効果の検証

Fig. 6.14, 6.15, 6.16 に例題 A, B, および C で得られた最適形状を示す. 左上に, 最適形状を上から見た図, 左下に下から見た図, 右上段に反射係数の周波数特性, 右の下二段に 1mm 間隔の水平面での断面図を示す. また, 図の下の説明文にて, 構造力学問題の目的関数  $F$  と, 電磁波問題の目的関数  $\bar{F}$  の値も示している.

まず, Fig. 6.14 の例題 A の最適形状であるが, 安定性の高い外観形状から構造力学問題を考慮した効果が見て取れる. そして, 上から見た外観は Fig. 6.12 に示した, SIMP による結果に似ている. しかし, 下から見た外観と断面図を見ると, その内部構造はより複雑な構造を形成していることがわかる. まず, 脚部中央からアンテナ下部を接続する構造が二本に枝分かれしている. そして, 断面図の下から 2~3mm の層には, 脚部と中心部をのぞいて空隙とグレースケールが広く分布しているため設計構造の抽出も難しい. この設計解の反射係数の周波数特性は, Fig. 6.10 と類似である. つまり, 5.0GHz 近辺において二共振, 7.0GHz 近辺にて三共振を持たせ動作帯域を確保している.

つぎに, 例題 B と C による最適化結果である, Fig. 6.15, と Fig. 6.16 では, 外観への制約の効果で, 上部が球殻の一部を形成していることがわかる. しかし, 断面図をみると, 両方ともグレースケールが多く発生していることがわかる. 両者を比較をすると, Fig. 6.15 は, 断面図から最下層中央に材料部が配置され, その上層が空隙になっているため, 型を用いた成形法では製造できない形状であるのに対し, Fig. 6.16 では, そのような空隙や, 逆テーパ構造は発生していないため, 例題 C にて, 制約条件  $T_1$  は守られていることがわかる. しかしながら, グレースケール領域が例題 A, B よりも増え, 設計領域の大半を占めており, 形状の抽出は難しく実現性は低い. 反射特性については, 例題 C では, 5.0GHz 近辺で二共振となっているのに対し, 例題 B, C では一共振になっている. これは外形の制約により全体的な形状の対称性を崩すことができないためであると考えられる. そして, 例題 A, B, C における  $F$  の値を比較すると, 制約条件が増えるにしたがい, 値が大きくなっていることがわかる. これは, 制約により設計自由度が狭くなっていることが影響している. 他方,  $\bar{F}$  の

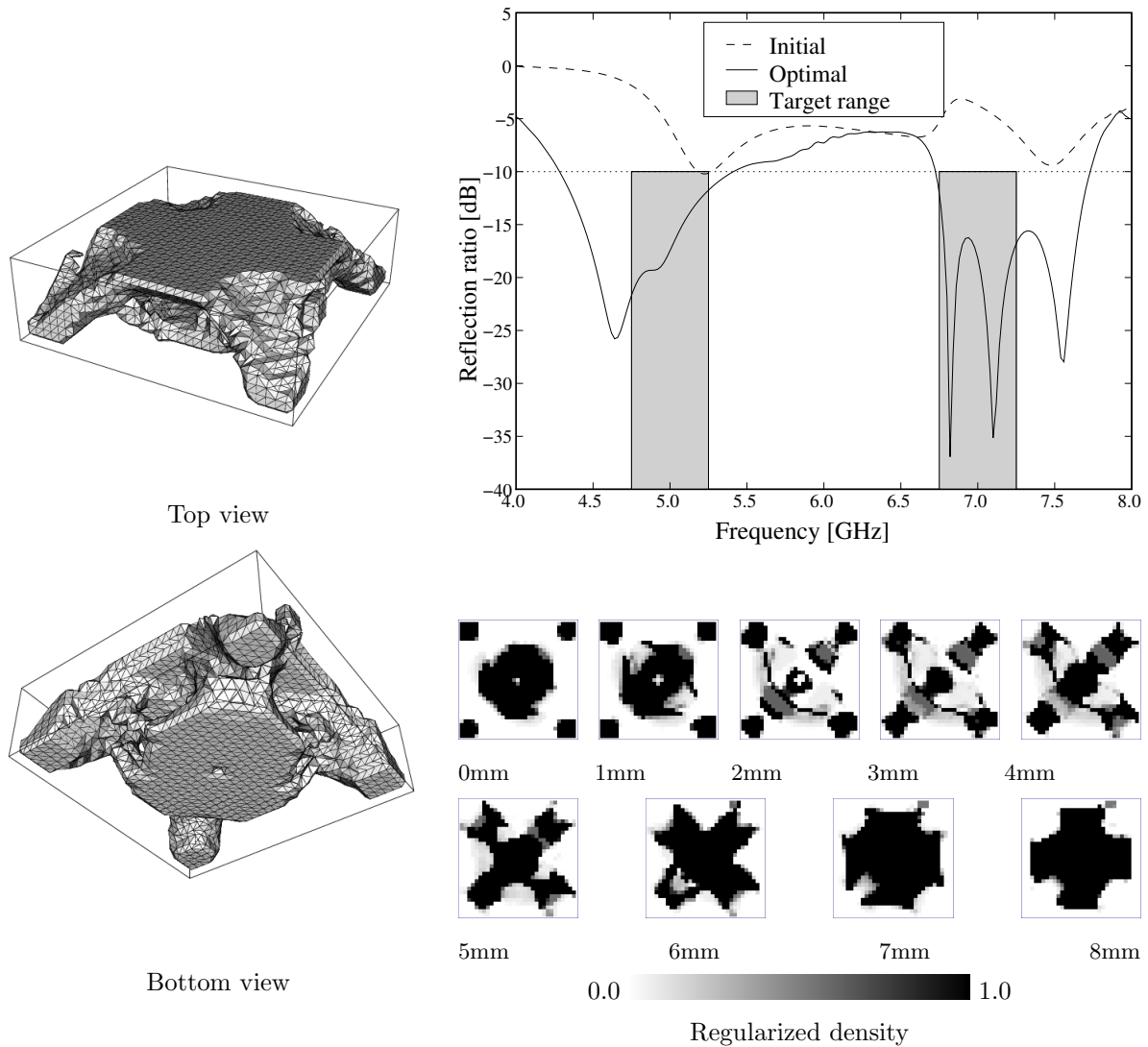


図 6.14 Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case A.  $F=0.500781$ ,  $\bar{F}=0.193472$

値は、いずれの場合も制約条件を満たしており、特に優劣はない。

ここまでの例題 A, B, C へと、形状に対する制約条件を増やし、結果を比較検証した。その結果、形状に対する制約条件が増えるほど、グレースケールが増える傾向にあることが見て取れる。したがって、このような設計要件を満たすためには、抜本的なグレースケール抑制法が不可欠であることがわかる。

### 6.5.3 空間占有率制約条件の効果の検証

Fig. 6.17, 6.18 に、D, E で得られた最適形状を示す。先ほどと同様に、左上に、最適形状を上から見た図、左下に下から見た図、右上段に反射係数の周波数特性、右の下二段に 1mm 間隔の水平面での断面図を示す。また、図の下の説明文にて、構造力学問題の目的関数  $F$  と、電磁波問題の目的関数  $\bar{F}$  の値も示している。

例題 D による最適化結果である Fig. 6.17 を見ると、Top view から、例題 B, C と同様に外観上の制約条



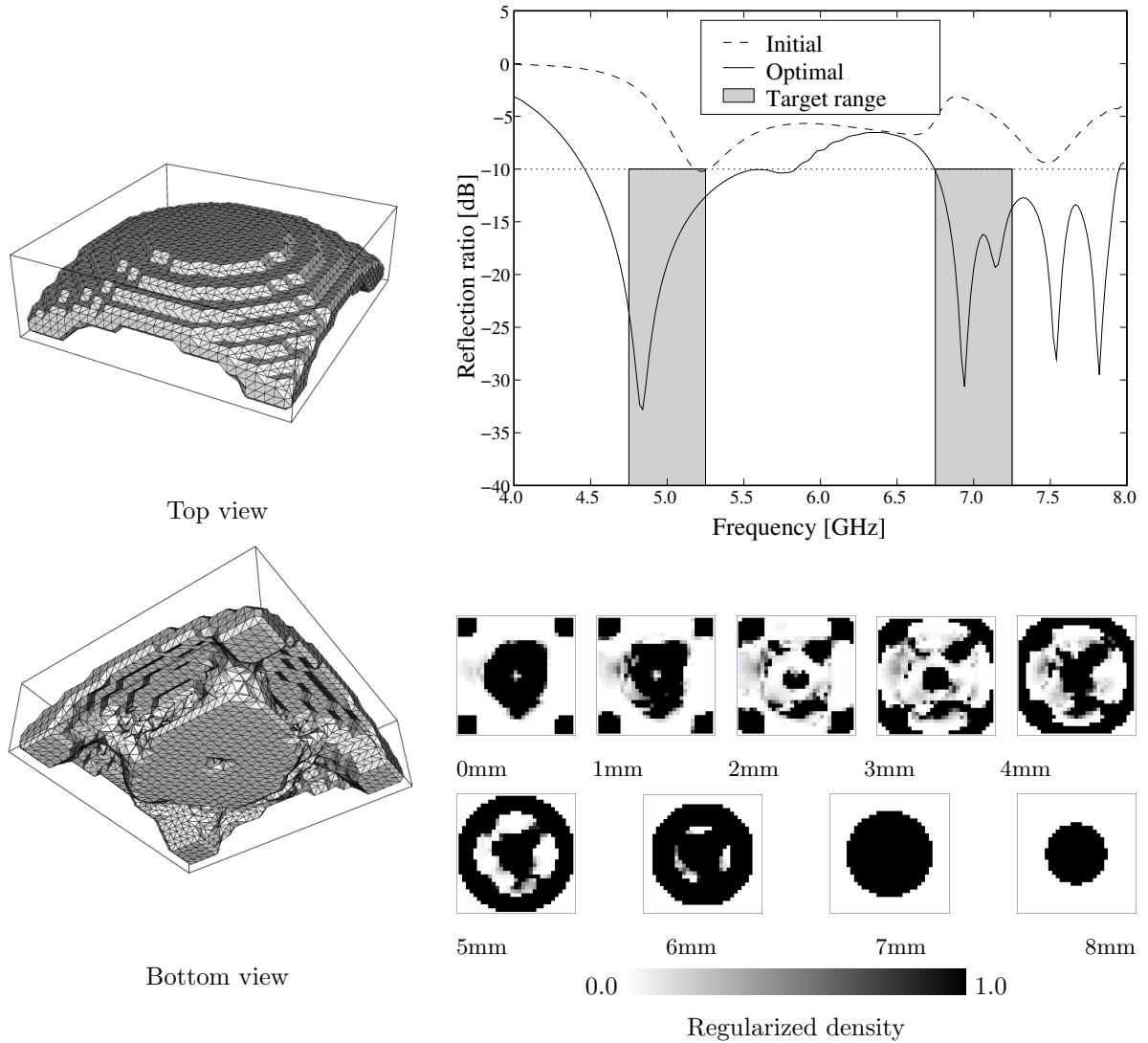


図 6.15 Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case B.  $F=0.537008$ ,  $\bar{F}=0.191457$

件が守られていることがわかる。また, Bottom view から, 最適形状は, 中央部に三日月型の柱を形成した傘型をしており, 空隙と逆テーパのない形状であり, なおかつ, 四隅の設置部が維持された構造力学的にも安定した形状であることがわかる。また, 断面形状からも, グレースケールを全く含まない, 明瞭な最適形状が得られたことがわかる。しかしながら, 例題 A, B, C については, 電磁波問題に基づく制約条件  $\bar{F}$  を満たしているため, 電磁波特性に関して特に優劣がなかったが, 例題 D では,  $\bar{F}$  を完全には満たしていない。その結果, Fig. 6.17 の反射係数の周波数特性を見ると, 7.0GHz 側の動作帯域が, 他の例題による結果に比べると狭くなっている。このことから, 例題 D の様に多くの制約条件を考慮した場合, 今回設定した  $V^U = 0.5$  では, 実行可能解を得るのが, 困難であることがわかる。しかしながら, 実行可能解が存在する  $V^U$  の値をあらかじめ決める方法はない。

他方,  $V^U$  の値を必要としない定式化である Eq. (6.11) を用いた例題 E による結果である Fig. 6.18 をみる

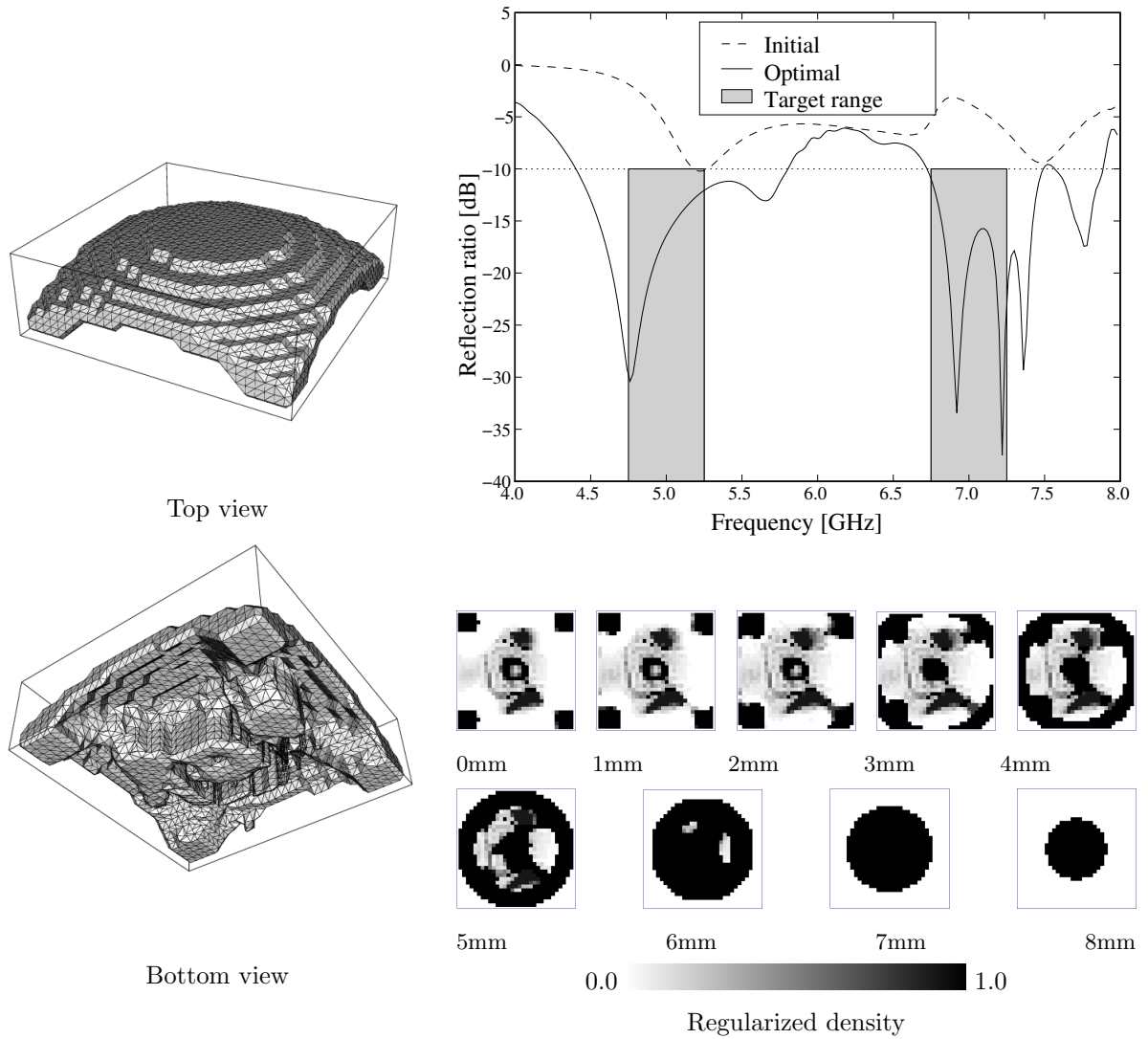


図 6.16 Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case C.  $F=0.558747$ ,  $\bar{F}=0.189531$

と、外見形状より、例題 D と比較して底面が広くより安定した構造となっていることがわかる。数値的にも、正規化平均コンプライアンス  $F$  が大幅に減少している。そして断面図から、制約条件  $S$  によるグレースケール抑止効果が効果的に働いていることがわかる。さらに反射係数の周波数特性を見ると、5.0GHz, 7.0GHz 両方について広く動作帯域がとれており、設計要件の倍に迫る特性が得られていることがわかる。とくに、5.0GHz 近辺にて四共振を実現していることが大きな特徴となっている。このことから、DRA 設計問題では  $V^U$  の設定の必要のない Eq. (6.11) が適していることがわかる。

また、Fig. 6.19 に、例題 E で得られた最適構造の、1mm 間隔の垂直面による断面図を示す。これにより、設計領域内全てにおいて、空洞および、逆テーパ部 of の全くない形状が得られていることが確認できる。したがって、式 6.11 のうち、外観形状のための制約条件  $R_1$  と  $R_2$ 、および、離形性のための制約条件  $T_1$  が効果的に機能しているといえる。そして、これらの制約条件を用いて実現可能な形状を設計するには、グレースケールの抑

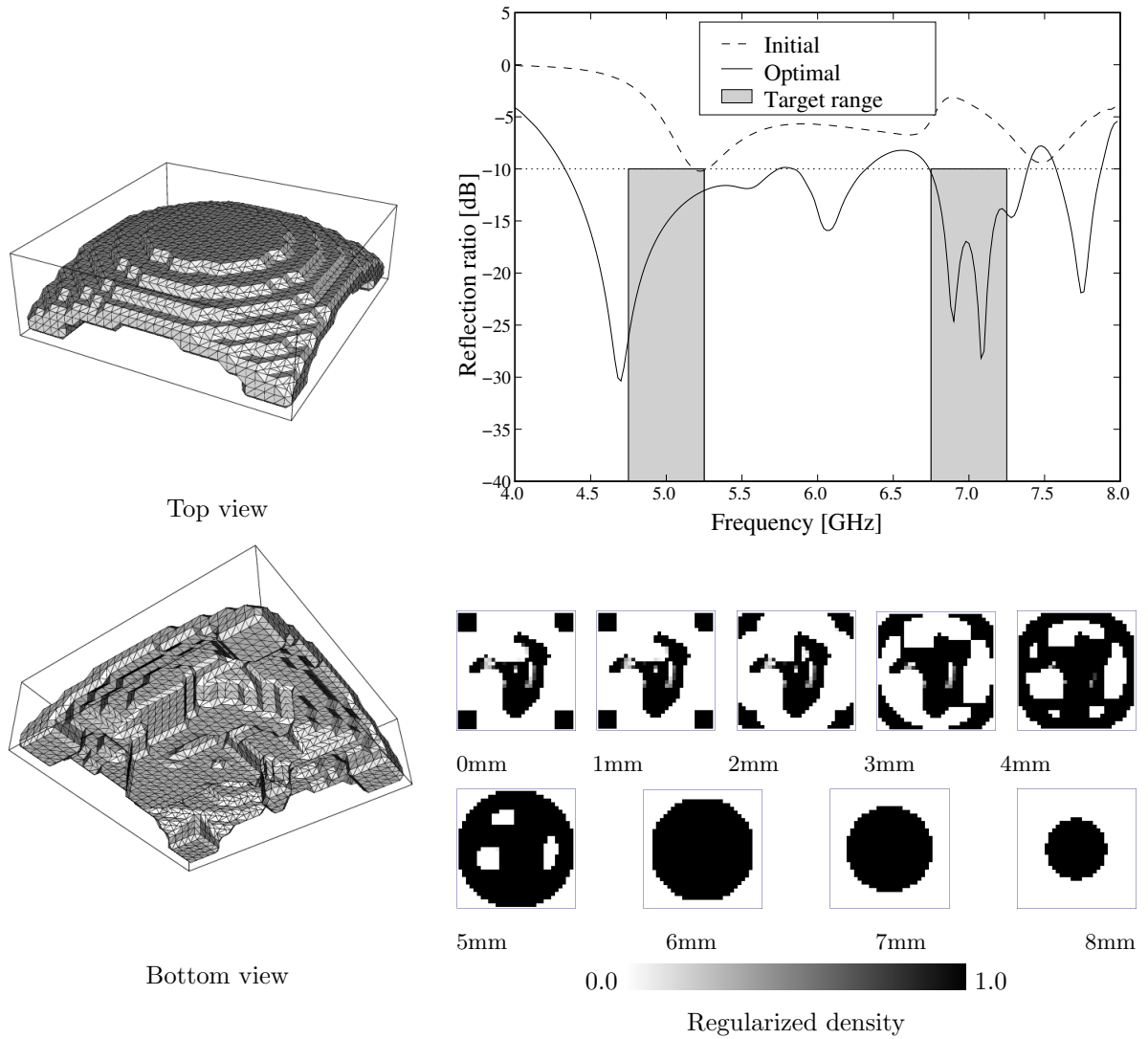


図 6.17 Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case D.  $F=0.645077$ ,  $\bar{F}=0.209906$

制が不可欠で、空間占有率制約条件が非常に効果的であるといえる。

Fig. 6.17 に、提案手法である例題 E での、二つの目的関数と、空間占有率、体積分率の推移を示す。まず、電磁波問題の目的関数であるが、最適化開始と同時に大きく上昇する。しかしながら、すぐ減少に転じ、100 回ほどのイタレーションで制約値近辺まで減少し、その後は制約を侵害しない。これにより、電磁波問題の目的関数を対象とした非線形制約が、効果的に機能していることがわかる。空間占有率は、初期解では  $\rho = 0.5$  の均質な状態から開始しているため、最適化開始時は 1 である。そして、 $\rho = 0$  の領域が発生した時点（イタレーション 40 回目付近）で急激に減少したあと、緩やかに低下しつづける。他方、体積分率は、最適化開始と同時に上昇した後、空間占有率とともに下がっていく。そして、最終的に空間占有率制約値へ収束する。コンプライアンスは、体積分率の変動に対し、逆の動きをする。そして、イタレーション回数 100 回程度で収束する。

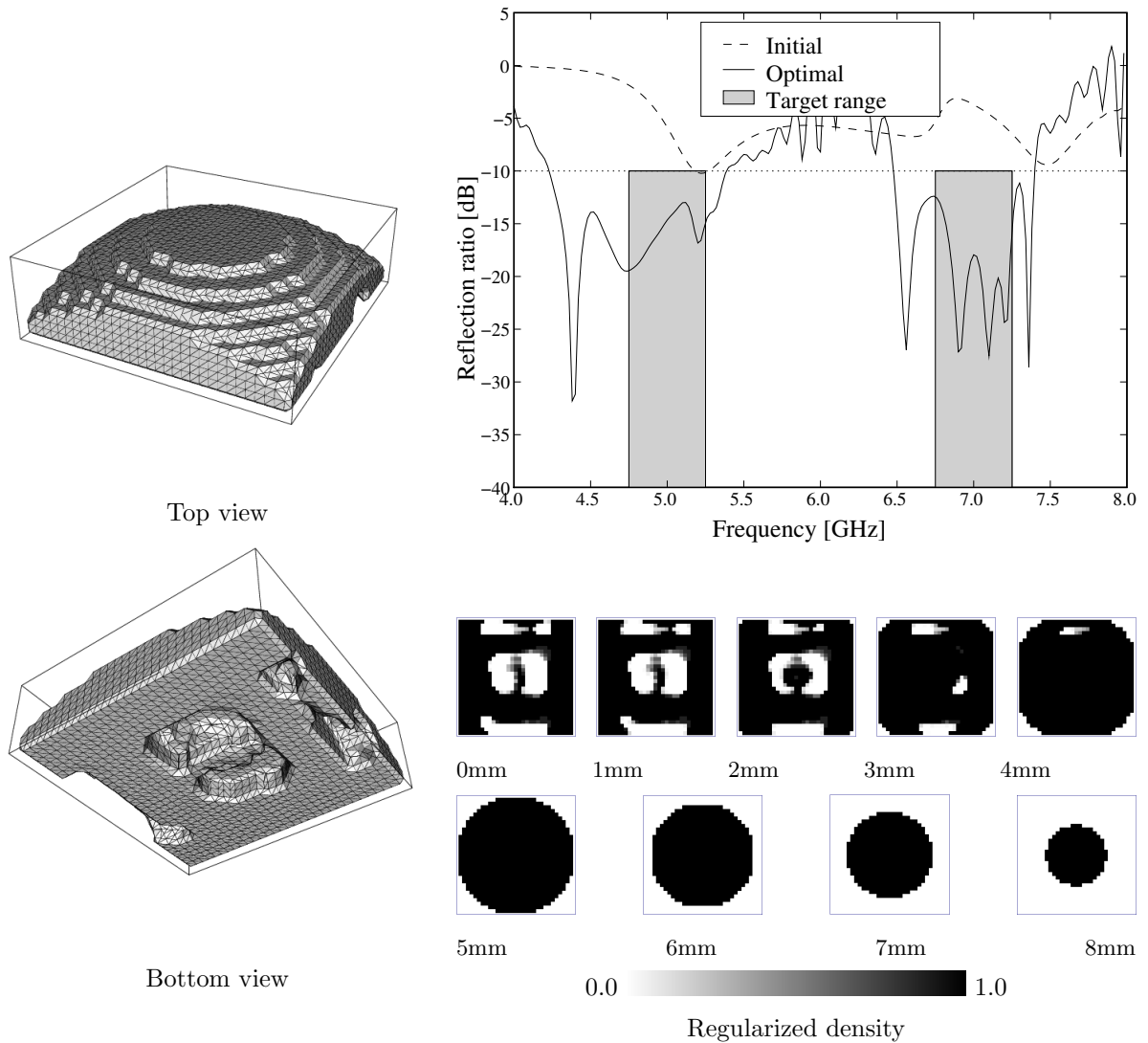


図 6.18 Top view, bottom view, frequency characteristics of reflection coefficients and horizontal cross-sections of the optimal configuration obtained by Case E.  $F=0.449671$ ,  $\bar{F}=0.183686$

## 6.6 まとめ

本章では、誘電体共振器アンテナの構造設計を対象に、電磁波問題と構造力学問題の複合領域に関連する電磁波特性と機械特性の向上を目的とした、新しい多目的トポロジー最適設計法を構築した。さらに、製造を考慮した制約条件を加え、実用的な設計例により本方法の有効性を検証した。得られた結果を以下にまとめる。

- 1) 電磁波問題と構造力学問題の設計要件を明確化するとともに、電磁波問題では反射電力量の最小化を、構造力学問題では平均コンプライアンス最小化として、目的関数を定式化した。
- 2) 多峰性である電磁波問題を制約条件とし、凸性の強い剛性最大化問題を主の目的関数とし、 $\epsilon$  制約法を用い、多目的最適化問題を定式化した。

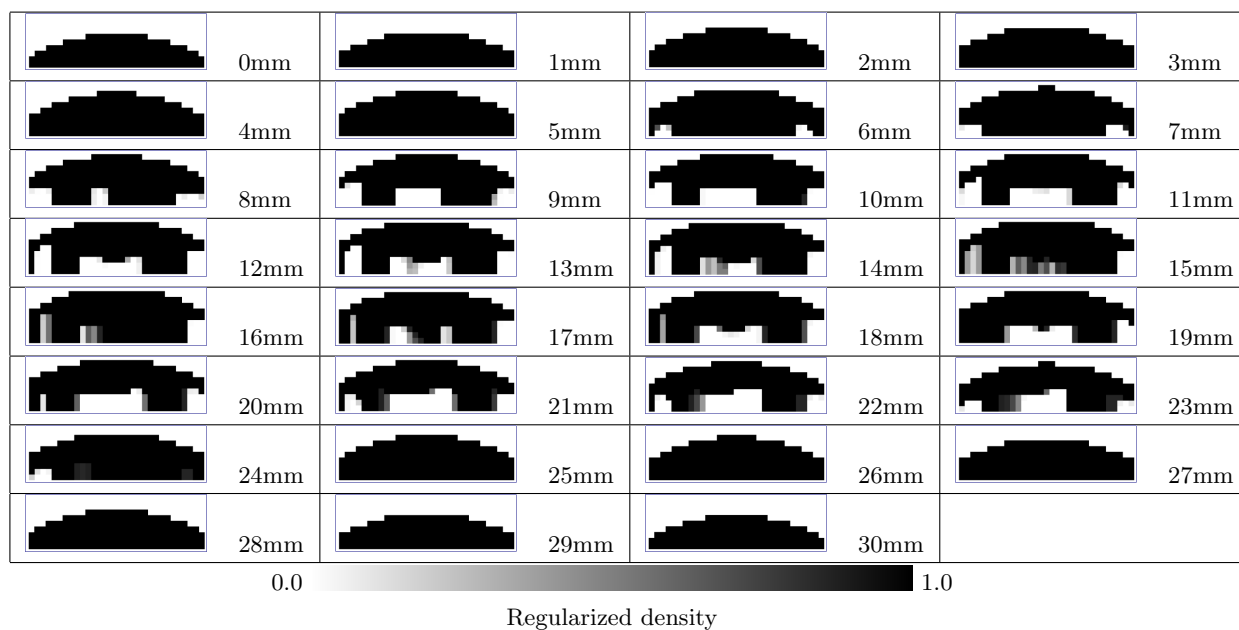


图 6.19 Virtual crosssection of optimal configuration of Case E

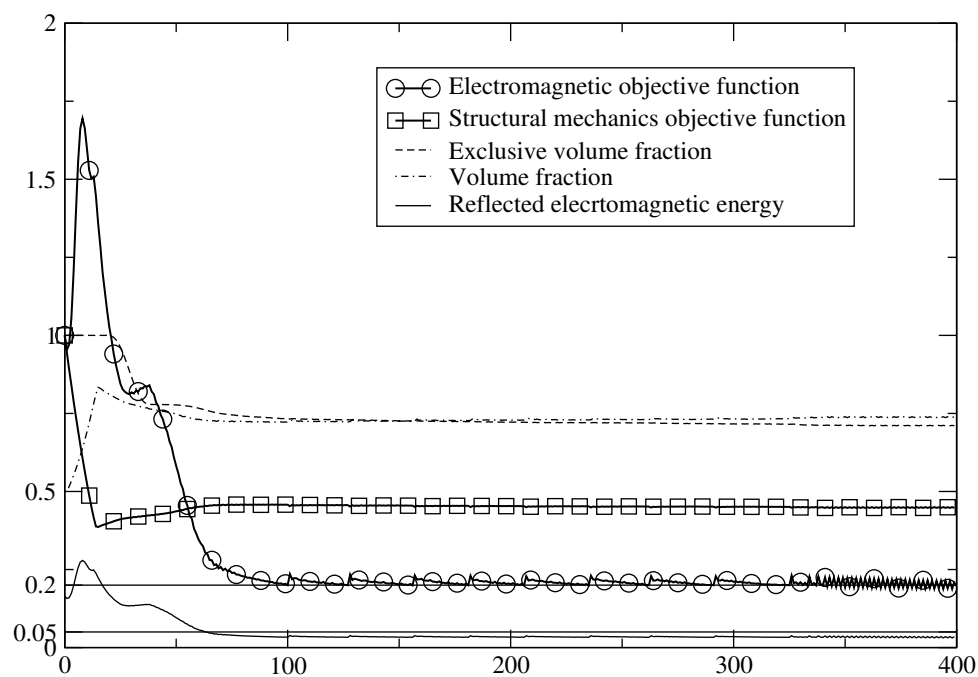


图 6.20 Convergence history of objectives and constraints

- 3) 射出成型による生産を可能とする設計解を得る制約条件として、外観に対する制約条件と、離形可能性を保証する制約条件を定式化した。
- 4) マルチフィジックス問題において効率よくグレースケールを抑制する手法として、空間占有率制約条件を提案し、定式化した。また、体積制約が不要な問題については空間占有率と体積分率の差を最小化することによりグレースケールを抑制する手法を提案した。
- 5) 電磁波問題と構造力学問題を統一的に扱える設計空間の緩和法を提案するとともに、FDTD 法と FEM の二つの数値解析手法との整合性を確保した材料分布の離散化法を開発した。また、三次元等方性マイクロストラクチャを用いた均質化設計法を提案し、共通の設計変数から、弾性テンソルと誘電率テンソルを整合性を維持した手法を構築した。
- 6) 電磁波問題と構造力学問題を同時に考慮可能な多目的最適化問題を定式化した。その定式化に基づき、SLP と拡張ラグランジュ法を組み合わせた用いた最適化アルゴリズムを開発した。
- 7) 誘電体共振器アンテナの設計例について、パレート解を求めた。それにより、電磁波特性と剛性に相反傾向があることがわかった。そして、SIMP の剛性最大化によるグレースケール抑制効果はごく限られた条件でしか機能しないことを明らかにした。
- 8) 製造可能性を考慮に入れたマルチフィジックス最適化問題を解くことにより、電磁波特性を保持し、設置のための剛性、外観上の要件、射出成型のための離形可能なための幾何学的条件の全てを満たした最適設計が可能なることを数値例をもって示した。そのとき、幾何学条件に作用する制約条件を増やすと、グレースケールの発生を誘発することを観察し、それに対し空間占有率制約条件が効果的にグレースケールのない解を導き出すことを示した。
- 9) 誘電体共振器アンテナ設計において空間占有率制約条件にかわり、空間占有率と体積分率の差の最小化により、グレースケールを抑制しつつ、最高性能をもつ設計解を得ることができることを示した。

## 参考文献

- [1] Sihvola A. and Kong J. Effective permittivity of dielectric mixtures. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, Vol. 26, No. 4, pp. 420–429, 1988.
- [2] Jones S. and Friedman S. Particle shape effects on the effective permittivity of anisotropic or isotropic media consisting of aligned or randomly oriented ellipsoidal particles. *Water Resources Research*, Vol. 36, No. 10, pp. 2821–2833, 2000.
- [3] Berenger J. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Computat. Phys.*, Vol. 114, pp. 185–200, Oct. 1994.
- [4] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equations. *IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 23, pp. 377–382, Nov. 1981.
- [5] Bendsøe M. P. and Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 71, pp. 197–224, 1988.
- [6] Zadeh L. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 8, No. 1, pp. 59–60, Jan. 1963.

- [7] Haimes Y., Lasdon L., and Wismer D. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 1, No. 3, pp. 296–297, 1971.
- [8] Bendsøe M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 1, No. 4, pp. 193–202, Dec. 1989.
- [9] Matsui K. and Terada K. Continuous approximation of material distribution for topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 14, pp. 1925–1944, Apr. 2004.
- [10] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302–307, May 1966.
- [11] Zienkiewicz O. C. and Cambell J. S. *Optimum Structural Design*, chapter 7. Wiley, 1973. Shape Optimization and Sequential Linear Programming.
- [12] Yang R. and Chuang C. Optimal topology design using linear programming. *Computers and Structures*, Vol. 52, No. 2, pp. 265–275, 1994.
- [13] Fletcher R. *Practical Methods of Optimization*, Vol. 2, chapter 12. Wiley, 1981. Nonlinear Programming.
- [14] Nomura T., Sato K., Taguchi K., Kashiwa T., and Nishiwaki S. Structural topology optimization for the design of broadband dielectric resonator antennas using the finite difference time domain technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 71, No. 11, pp. 1261–1296, Sept. 2007.

## 第7章

# 結論

本論文では、電磁波問題を対象としたマルチフィジックストポロジー最適化手法の構築について述べた。その際、念頭に置いてきたことは、できる限り、フィジックス間の整合性をくずさないようにすることである。これは、特定の問題に特化した技巧には凝らず、恣意的なパラメータの使用を避け、できるだけ汎用的、包括的な解決策を心がけることにつながる。このように心がけることで、将来的に、他の物理現象を採り入れることになった場合にも、本研究の検討を結果を生かすことができると考える。

本論文で行った提案のうち、特に重要なものをまとめると次の通りとなる。

まず、三次元マルチフィジックス問題を統一的に扱うフレームワークを構築した点である。そのために、均質化設計法において、等方性マイクロストラクチャを三次元に拡張して用いた。また、三次元問題に材料の連続性を考慮した設計空間の緩和法を用い、マルチフィジックスを通し、統一の手法で最適化問題を扱う用意をした。

次に、三次元ベクトル解析に基づく電磁波問題を効率よく扱うために時間領域有限差分法を用いたトポロジー最適化手法を構築した点である。そして、過渡応答解析結果を時間積分した目的関数を用いることにより、広帯域、複数帯域の最適化をひとつの目的関数で行うことができ、マルチフィジックスでの多目的最適化問題定式化の複雑さを抑える役目も果たしている。

最後に、電磁波問題と構造力学問題の両問題を同時に考慮できるマルチフィジックス最適設計手法を構築し、さらに、製造可能性まで考慮にふくめ、工学的設計要件に見合った実用的な設計が可能であることを示した点である。

以下に拡張の総括をまとめる。

**第1章 序章**では、電磁波問題の最適設計研究の現時点での到達点をまとめた。また、研究の背景として、近年の自動車内での電磁デバイス利用の増加により、自動車設計において電磁界設計の重要性が急激に増していることを述べた。そして、本研究の目的を車載デバイスのマルチフィジックス設計技術の構築とした。

**第2章 トポロジー最適化の考え方と方法**では、まず、トポロジー最適化の概念について説明した。そして、均質化設計法、その近似解法として発展した密度法について説明した。その上で、マルチフィジックス問題に対応するにあたり、密度法では複数の物理現象をまたがった上での整合性を維持できないという問題点を指摘し、それを解決するために、マルチフィジックス問題では均質化設計法を用いるべきであるという主張を行った。そのために、三次元問題でも実用的な均質化設計法として、等方性マイクロストラクチャを三次元に拡張して用いることを提案した。そして、そのための新たなマイクロストラクチャとして、切隅八面体マイクロストラクチャを提案した。

**第3章 実装方法**では、まず、トポロジー最適化で用いられる最適化アルゴリズムについて現状の到達点を紹介し、その中で、本研究で用いる逐次線形計画法を説明する。また、逐次線形計画法を用いる理由として、目的



関数の特性に依存しない方法であることを述べた。これは、目的関数の特性が予想できるとは限らないマルチフィジックス問題を念頭においた選択である。

また、トポロジー最適化でしばしば問題となる数値不安定性問題である、チェッカーボード問題とグレースケール問題について説明し、前者は材料分布の連続性を仮定した設計空間緩和法を用いて根本的にチェッカーボードが発生しない手法を用いることとし、後者については、その解決策として、空間占有率制約条件を用いることを提案した。

そして、電磁界解析のための数値解析手法として、本研究で用いた周波数領域スカラー定式化による二次元有限要素法と、ベクトル定式化による時間領域有限差分法について説明し、また、両者について効率のよい設計感度解析手法である、随伴変数法の適用方法について述べた。

**第4章 スカラー解析による二次元電磁波問題への適用**では、周波数領域の二次元スカラー解析のための有限要素法と要素ベースの、斜入射特性も考慮した電磁波を遮蔽する電磁材料のマイクロストラクチャ設計を行うためのトポロジー最適化手法を構築した。そのために、斜入射を扱える一次元的周期性を持つ解析領域を設定し、基本格子の制約のない最適化方法を提案した。また、周期構造内での減衰の少ない二次元の波動問題で明確な周期構造を得るため、設計領域全体を含む評価領域を設定し、評価領域全体の透過エネルギーに基づいた新しい目的関数を定義した。

そして、提案した目的関数を単一の斜入射条件で最小化したところ、入射角に応じた多層構造という物理的に妥当な解が得られ、提案した目的関数の有用性が示せた。最後に、入射角について最小化し、バンドギャップ周波数より大きい透過波について最大化し、体積も同時に最大化することで三角格子を基本格子とする二次元ホールアレー構造を創出できた。

**第5章 ベクトル解析による三次元電磁波問題への適用**では、所望の特性値をもつ構造を合理的に、かつ効率的に設計する方法として、FDTD法を用いたトポロジー最適化を用いたアンテナ設計手法を提案した。そのために、誘電体材料の正規化密度を設計変数とし、時間領域における電磁波問題の数値解析手法であるFDTD法を組み合わせた新しいトポロジー最適化設計手法を示した。そして、広帯域設計のための目的関数として、広帯域パルスに対する反射エネルギーの最小化を用い、これを反射パルスによる電力の時間積分という形で定式化した。

また、誘電体共振器アンテナ設計において、グレースケールを効率よく抑制する手法として入射パルスに混合パルスを用いた手法を考案し、数値例によりその有用性を示した。

そして、この手法をアンテナの反射特性の広帯域化設計に適用し、設計結果に基づき、実際に内部構造を有する誘電体共振器アンテナを試作した結果、測定においてもほぼ同様な結果を得ることができ、提案手法の有用性を検証することができた。

**第6章 マルチフィジックス問題への適用**では、誘電体共振器アンテナの構造設計を対象に、電磁波問題と構造力学問題の複合領域に関連する電磁波特性と機械特性の向上を目的とした新しい多目的トポロジー最適設計法を構築した。

まず、電磁波問題と構造力学問題を統一的に扱える設計空間の緩和法を提案するとともに、FDTD法とFEMの二つの数値解析手法との整合性を確保した材料分布の離散化法を開発した。また、三次元等方性ユニットセルを用いた均質化設計法を提案し、共通の設計変数から、弾性テンソルと誘電率テンソルを整合性を維持した手法を構築した。

そして、電磁波問題と構造力学問題の設計要件を明確化するとともに、電磁波問題では反射電力量の最小化を、構造力学問題では平均コンプライアンス最小化を目的関数として定式化し、多峰性である電磁波問題を制約条件とし、凸性の強い剛性最大化問題を主の目的関数とし、 $\epsilon$ 制約法を用い、多目的最適化問題を定式化した。

さらに、実際に製品を製造する際に障害となる設計解を制約条件を用いて排除し、実用的な設計のための最適化問題を定式化した。射出成型による大量生産を可能とする設計解を得る制約条件として、外観に対する制約条件と、離形可能性を保証する制約条件を定式化した。また、マルチフィジックス問題において効率よくグレースケールを抑制する手法として、空間占有率制約条件を提案し、定式化した。そして、提案した手法により電磁波特性、構造力学特性、外観上の制約、製造上の制約の全てを満足した設計が可能であることを数値例で示した。



# 謝辞

本研究を遂行するにあたり、温かくご指導いただいた京都大学吉村允孝教授に深甚なる感謝の意を表します。また、同学西脇眞二准教授には、終始に渡り、懇切丁寧なご指導、有益な御教示、ご支援、叱咤激励をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。そして、論文執筆にあたりご指導頂きました John. E. Goodman 先生に御礼申し上げます。

そして、光学分野の有限要素解析のご指導をいただいた北見工業大学平山浩一教授、同学辻寧英准教授、時間領域有限差分法のご指導をいただいた同学柏達也准教授、熊本電波高専、田口健治博士、古崎氏、アンテナ設計においてご指導いただいた防衛大学校森下久教授、同学松崎明氏には、共同研究で一緒させていただき、本研究にご協力いただきましたことを御礼申し上げます。また、東北大学寺田賢二郎准教授には、三次元均質化物性の算出に多大なるご協力をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。

豊田中央研究所において、研究を遂行するにあたり、佐藤和夫主任研究員には、現象面の考察において多大なご指導をいただきました。そして、終始研究テーマ、例題をご提示いただきました。ここに深く感謝の意を表します。また、松沢晋一郎研究員、井上良徳主任研究員には度々ご協力いただきました。そして、金子氏には試作アンテナの加工をしていただきました。ありがとうございました。また、菊池昇取締役には、しばしば、激励を頂きましたことを感謝いたします。そのほか、この研究を遂行する機会を頂きました会社関係各位に感謝いたします。

最後に、両親、家族に感謝いたします。



# 出版

## 関連論文

- [1] Nomura T., Nishiwaki S., Sato K., and Hirayama K. Topology optimization for the design of periodic microstructures composed of electromagnetic materials. *Finite Elements in Analysis and Design*, Under review process.
- [2] 松崎明, 遠藤進也, 森下久, 野村壮史, 佐藤和夫. アンテナの小形化を目的とした装荷電磁材料の構造最適化に関する一検討. 電子情報通信学会論文誌 C, Vol. J90-C, No. 12, pp. 913–921, Dec. 2007.
- [3] 野村壮史, 佐藤和夫, 西脇眞二, 吉村允孝. 電磁界と構造力学に関する多領域多目的トポロジー最適化 : 誘電体共振器アンテナの最適設計の場合. 日本機械学会論文集. A 編, Vol. 73, No. 734, pp. 1111–1119, Oct. 2007.
- [4] Nomura T., Sato K., Taguchi K., Kashiwa T., and Nishiwaki S. Structural topology optimization for the design of broadband dielectric resonator antennas using the finite difference time domain technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 71, No. 11, pp. 1261–1296, Sept. 2007.
- [5] 木下慎也, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 野村壮史, 佐藤和夫, 平山浩一. 導波特性を設計目標とする電磁波導波路のトポロジー最適化. *Transactions of JSCEs*, Vol. 2007, No. 20070025, Sept. 2007.
- [6] 松崎明, 森下久, 野村壮史, 佐藤和夫, 田口健治, 柏達也. 電気材料装荷アンテナの小型化を目的としたトポロジー最適化. *Transactions of JSCEs*, Vol. 2007, No. 20070006, 2007.
- [7] Hirayama K., Tsuji Y., Nomura T., Sato K., and Nishiwaki S. Application of topology optimization to H-plane waveguide component. *IEICE Transactions of Electronics*, Vol. E90-C, No. 2, pp. 282–287, 2007.
- [8] Tsuji Y., Hirayama K., Nomura T., Sato K., and Nishiwaki S. Design of optical circuit devices based on topology optimization. *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 18, No. 7, pp. 850 – 852, Apr. 2006.
- [9] 野村壮史, 佐藤和夫, 田口健治, 柏達也. FDTD 法を用いたトポロジー最適化によるアンテナ設計手法. 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J89-B, No. 12, pp. 2196–2205, Dec. 2006.
- [10] 野村壮史, 佐藤和夫, 平山浩一, 西脇眞二. 周期構造を有する電磁材料設計のためのトポロジー最適化. 日本計算工学会論文集, Vol. 2005, No. 20050031, pp. 167–173, 2005.

## 関連国際会議発表

- [1] Nomura T., Sato K., Nishiwaki S., and Yoshimura M. Topology optimization of multiband dielectric resonator antennas. In *7th World Congress Of Structural And Multidisciplinary Optimization*, No. A0110, pp. 2025–2032. ISSMO, May 2007.
- [2] Kinoshita S., Nishiwaki S., Izui K., Yoshimura M., Hirayama K., Nomura T., and Sato K. Topology optimization for the design of electric field resonators targeting frequency characteristics. In *7th World Congress Of Structural And Multidisciplinary Optimization*, No. A0097, pp. 2003–2011. ISSMO, May 2007.
- [3] Nomura T., Sato K., Nishiwaki S., and Yoshimura M. Multiphysics topology optimization of dielectric resonator antennas. In *The International Conference on Computational Methods 2007*, 2007.
- [4] Nomura T., Sato K., Nishiwaki S., and Yoshimura M. Topology optimization of multiband dielectric resonator antennas using finite-difference time-domain method. In *2007 IEEE International Workshop on Antenna Technology*, pp. 147–150. IEEE, Mar. 2007.
- [5] Nomura T. and Sato K. Topology design optimization of dielectric resonator antennas using finite-difference time-domain method. In *2006 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium with USNC/URSI National Radio Science and AMEREM Meetings*, No. 256.1, p. 1317, July 2006.
- [6] Matsuzaki A., Morishita H., Nomura T., Sato K., Taguchi K., and Kashiwa T. Topology optimization of pifa loaded with magnetic material by using fdtd method. In *2006 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium with USNC/URSI National Radio Science and AMEREM Meetings*, No. 156.10, p. 605, July 2006.
- [7] Kinoshita S., Nishiwaki S., Izui K., Yoshimura M., Nomura T., Sato K., and Hirayama K. Topology optimization of waveguides with specified frequency characteristics. In *7th World Congress on Computational Mechanics*, No. 1197, 20 July 2006.
- [8] Nomura T., Sato K., Nishiwaki S., and Yoshimura M. Topology optimization for the structural design of antennas using the finite difference time domain technique. In *7th World Congress on Computational Mechanics*, No. 1357, 20 July 2006.
- [9] Nomura T., Sato K., Hirayama K., and Nishiwaki S. Topology optimization of periodic microstructure of electromagnetic material. In *6th World Congr. of Struct. and Multidisciplinary Optim.*, p. 981, 31 May 2005.

## 関連国内発表

- [1] 野村壮史, 佐藤和夫. トポロジー最適化を用いた誘電体共振器アンテナの設計. 2006 総合大会論文集, p. 60. 電子情報通信学会, Mar. 2006.
- [2] 野村壮史, 佐藤和夫, 西脇眞二, 吉村允孝. 時間領域トポロジー最適化による誘電体共振器アンテナの設計. 計算工学会講演会論文集, 第 11 巻, pp. 713–716, June 2006.

- [3] 松崎明, 森下久, 野村壮史, 佐藤和夫, 田口建治, 柏達也. FDTD 法による磁性体装荷アンテナのトポロジー最適化. 2006 総合大会論文集, p. 35. 電子情報通信学会, Mar. 2006.
- [4] 辻寧英, 平山浩一, 野村壮史, 佐藤和夫, 西脇眞二. トポロジー最適化を用いた光導波路デバイスの設計に関する検討. 電子情報通信学会 技術研究報告, 第 106 巻, 北海道, July 2006.
- [5] 佐藤和夫, 野村壮史, 田口健治, 柏達也. トポロジー最適化を用いたアンテナ設計. 電子情報通信学会 技術研究報告, 第 105 巻 of *AP2005-146*, pp. 69–72, 福岡, Jan. 2006.
- [6] 松崎明, 森下久, 野村壮史, 佐藤和夫. FDTD 法による磁性体装荷アンテナのトポロジー最適化. 電子情報通信学会ソサエティ大会, pp. B–1–88, Sept. 2005.
- [7] 古崎雅人, 田口健治, 柏達也, 野村壮史, 佐藤和夫. AVM を用いた周期構造体 FDTD 感度解析. 電子情報通信学会ソサエティ大会, pp. C–1–19, Sept. 2005.
- [8] 平山浩一, 辻寧英, 野村壮史, 佐藤和夫, 西脇眞二. マイクロ波回路に対するトポロジー最適化の適用. 電気学会第 34 回電磁界理論シンポジウム, pp. EMT–05–87, Nov. 2005.
- [9] 辻寧英, 平山浩一, 野村壮史, 佐藤和夫, 西脇眞二. トポロジー最適化を用いた最適 90 度曲がり導波路の構成. 2005 年電子情報通信学会総合大会, Mar. 2005.
- [10] 古崎雅人, 田口健治, 柏達也, 野村壮史, 佐藤和夫. Adjoint variable 法を用いた FDTD 感度解析. 電子情報通信学会 技術研究報告, 第 105 巻 of *AP2005-62*, pp. 143–148, 北海道, July 2005.
- [11] 野村壮史, 佐藤和夫, 辻寧英, 平山浩一, 西脇眞二. トポロジー最適化手法を用いた電磁界シミュレーション — EBG 材料構造の設計 —. 電子情報通信学会 技術研究報告, 第 105 巻 of *MW2005-36*, pp. 21–25, 愛知, June 2005.
- [12] 野村壮史, 佐藤和夫, 平山浩一, 西脇眞二. 周期構造を有する電磁材料設計のためのトポロジー最適化手法. 電子情報通信学会 技術研究報告, 第 104 巻 of *AP2004-203*, pp. 43–48, 佐賀, Jan. 2005.

## その他の論文

- [1] Matsuzawa S., Sato K., Inoue Y., and Nomura T. W-band steerable composite right/left-handed leaky wave antenna for automotive applications. *IEICE Transactions of Electronics*, Vol. E89-C, No. 9, pp. 1337–1344, Sept. 2006.
- [2] 北栄輔, 豊田哲也, 野村壮史. セルラ・オートマタを用いた構造物の設計：ローカル・ルールの導出に関する一考察. 日本機械学会論文集. A 編, Vol. 64, No. 622, pp. 1717–1724, 19980625.
- [3] 北栄輔, 神谷紀生, 野村壮史. 選点型 Trefftz 法に対する h-アダプティブ法について. シミュレーション, Vol. 16, No. 3, pp. 226–236, 19970915.
- [4] 北栄輔, 野村壮史. Trefftz 形感度解析法の二次元ポテンシャル問題への適用とクラスタコンピューティングシステムへの実装. 日本機械学会論文集. A 編, Vol. 63, No. 611, pp. 1518–1524, 19970725.

## その他の国際会議発表

- [1] Mogami K., Nishiwaki S., Izui K., Yoshimura M., and Nomura T. Structural optimization using discrete elements for the design of structures implementing particular wave propagation functions. In *7th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, No. A0099, pp. 2033–2042.



ISSMO, May 2007.

- [2] Matsuzawa S., Sato K., Inoue Y., and Nomura T. Steerable composite right/left-handed leaky wave antenna for automotive radar applications. In *European Microwave Conference 2006*, pp. 1155–1158, 10 Sept. 2006.
- [3] Mogami K., Nishiwaki S., Izui K., Yoshimura M., and Nomura T. Structural optimization for the design of band-gap structures using discrete structural elements. In *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, p. 7010, 7 Sept. 2006.
- [4] Sato K., Matsuzawa S., Inoue Y., and Nomura T. Electronically scanned left-handed leaky wave antenna for millimeter-wave automotive applications. In *2006 IEEE International Workshop on Antenna Technology: Small Antennas Novel Metamaterials*, p. 420, Mar. 2006.
- [5] Matsuzawa S., Sato K., Inoue Y., and Nomura T. Beam steering left-handed leaky wave antenna for millimeter-wave applications. In *2005 IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting*, p. P10.4, July 2005.
- [6] Nomura T., Inoue Y., and Matsuoka T. Prediction of anisotropic mechanical properties in injection molded parts of short fiber reinforced thermoplastics. In *Polymer Processing. Symposium, PPS-19*, p. 85, 2002.
- [7] Nomura T., Yamamoto S., and Matsuoka T. Numerical simulation method for fracture of fibers in injection molded composites. In *7th Int. Conf. Numer. Methods Ind. Form. Process. NUMIFORM 2001*, pp. 319–324, 2001.

# 索引

## A

Adjoint Variable Method ..... 24, 27, 47  
Augmented Lagrangian Method ..... 19  
AVM ..... 24, 27, 47

## C

CAMD ..... 20  
CONLIN ..... 17  
Continuous Approximation of Material Distribution ..... 20  
Convex Linear Method ..... 17

## D

Density Approach ..... 11

## E

EBG ..... 32  
Electromagnetic Bandgap ..... 32

## F

FDFD ..... 4  
FDTD ..... 3, 25, 27, 47, 48, 71  
FEBI ..... 3  
FEM ..... 3, 72  
FETD ..... 4  
Finite Difference Frequency Domain ..... 4  
Finite Difference Time Domain ..... 3, 25, 27  
Finite Element Boundary Integration ..... 3  
Finite Element Method ..... 3  
Finite Element Time Domain ..... 4

## H

HDM ..... 10  
Heaviside 関数 ..... 22, 83  
Helmholtz 方程式 ..... 23, 32  
Homogenization design method ..... 10

## K

KKT 条件 ..... 17

## L

Lamé の定数 ..... 70, 75

## M

Maxwell の方程式 ..... 2, 23, 25, 27, 32, 48, 71  
Method of Moving Asymptotes ..... 17  
MMA ..... 17  
Mur の一次吸収境界条件 ..... 48, 49, 71

## O

OC ..... 17  
Optimality Criteria method ..... 17

## P

PAMPING ..... 21  
PEC ..... 26  
Penalization Dumping ..... 21  
Perfect Electric Conductor ..... 26  
Perfectly Matched Layers ..... 48, 71  
PML ..... 48, 71  
Poynting ベクトル ..... 34

## R

Reflection Coefficient ..... 80

## S

Sequential Linear Programming .. 17, 38, 51, 78  
Sequential Quadratic Programming ..... 17  
SIMP ..... 11, 21, 51, 74  
Simple Isotropic Material with Penalization . 21  
SLP ..... 17, 38, 51, 78  
SQP ..... 17  
System matrix ..... 24

## T

TEM モード ..... 50

TE 波 .....	23, 32
Transverse Electric .....	23
Transverse Electric and Magnetic mode .....	50

## Y

Yee セル .....	26, 77
--------------	--------

## イ

位相差 .....	33, 37, 39
市松模様 .....	19
$\epsilon$ 制約法 .....	74
陰的ペナルティ法 .....	21
インピーダンスマッチング .....	31

## エ

エアホール型 .....	36
エネルギーの散逸 .....	26

## オ

重み付き総和法 .....	36, 74
---------------	--------

## カ

解析モデル .....	48
回転演算子 .....	26
ガウシアンパルス .....	49, 78, 82
ガウシアンフィルタ .....	20
蛙跳び法 .....	26
角周波数 .....	23, 33
拡張ラグランジアン .....	19, 78
荷重 .....	71
画像処理 .....	20
仮想変位 .....	72
金型 .....	73
ガラーキン法 .....	24, 36
完全導体境界条件 .....	26, 52, 71
観測面 .....	29, 49, 72
感度 .....	20, 25

## キ

幾何学パラメータ .....	10
基本格子 .....	31
逆テーパー .....	73, 84, 86
吸収境界条件 .....	52, 71
給電 .....	52

給電点 .....	26, 49, 72
給電面 .....	50
境界積分項 .....	37
共振周波数 .....	51
局所解 .....	34, 72
均質化設計法 .....	9
均質化テンソル .....	10, 11
均質化法 .....	9, 70, 75

## ク

空間占有率 .....	22
空間占有率制約 .....	74, 84
グランド板 .....	48, 52
グレースケール .....	51, 74, 78, 80, 84-86
グレースケール問題 .....	20
グレースケール率 .....	79
グレースケール領域 .....	20
群速度 .....	3

## ケ

系行列 .....	24
形状関数 .....	23, 36
形状最適化 .....	1
減衰 .....	34
減衰項 .....	34

## コ

コアクラッド .....	3
剛性 .....	72
剛性最大化 .....	72
構造力学解析 .....	71
広帯域 .....	27
広帯域設計 .....	21
勾配法 .....	17, 23, 24
固定設計領域 .....	9, 32
古典的均質化設計法 .....	10, 19, 70
コンボリューションフィルタ .....	20

## サ

最適性基準法 .....	17
材料分布の連続性 .....	14, 20
材料分布の連続性を改定した設計空間の緩和 ...	77

材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和法	20
材料分布問題	9
差分格子	14
三角形六節点二次要素	23, 36
三角格子	40
三次元等方性マイクロストラクチャ	12, 75

## シ

磁界	25, 48, 71
磁界格子	26
時間	25, 71
時間インデックス	26
時間領域解法	27
時間領域有限差分法	25, 27
試験関数	33
実行可能解	18, 19, 86
支配方程式	23
弱形式	23, 33, 72
射出成形	73
斜入射	33
周期境界条件	32, 37
周期構造	9
周波数帯域	27, 49
周波数領域	23, 47
十四面体	12
重量制約条件	22
主双対内点法	18
出力境界	32
状態変数	25
初期解	18
針状電極	71

## ス

随伴電流	29
随伴変数	25
随伴変数法	4, 24, 27, 47, 51
随伴方程式	25, 27
スカラー解析	3, 32
スペクトル	21, 49, 51, 59
寸法最適化	1

## セ

正規化された体積密度	11
正規化体積密度	51
正規化密度	13, 22, 48, 70, 74
製造コスト	72
正則格子	26
制約条件	13, 18, 73
正六角系	10
積分	27
切隅八面体	12, 70
設計感度	17, 18, 24, 27
設計空間	20
設計空間緩和	9, 14
設計変数	13, 20, 25, 27
設計領域	48
セラミックス誘電体充填樹脂材料	73
セルベース	14
遷移幅	23, 83
線形化	18
線形関数	70
線形計画法	18
線形計画問題	18
線形制約条件	13
線形代数方程式	24
線形弾性体	71
線形補間	11

## ソ

双一次関数	77
損失項	21

## タ

体積制約	50
体積制約条件	20, 22
代表物性テンソル	11, 32, 48
多層構造	39, 40
多峰性	34, 51, 72, 78
多目的	36, 74
多目的最適化問題	74
単位格子	52
弾性テンソル	12, 72, 74

単体法	18
単調性	21, 34, 51
断面形状	73

## チ

チェッカーボード	77, 81
チェッカーボード問題	14, 19
逐次線形計画法	17, 38, 51, 78
逐次二次計画法	17
中心差分	25
中心周波数	49, 78, 82
直交異方性	10
直交異方性マイクロストラクチャ	70
直交構造格子	77

## ツ

釣合い方程式	72
--------	----

## テ

停留条件	25, 27
電界	23, 25, 27, 48, 71
電界強度	80
電界格子	26
電気伝導性	26
電磁界バンドギャップ	32
電磁波損失	25
転置	24
電波損失	48, 71

## ト

透過係数	34
動作周波数帯域	80
同軸ケーブル	48, 49, 71
同軸線	52
同軸線路	52
透磁率	23, 25, 33, 48, 71
動的系	27
導電性	26
等方性	10, 48
等方性マイクロストラクチャ	70
特性インピーダンス	52
特性関数	9, 48

トポロジー最適化	1
----------	---

## ナ

ナノ加工	2
------	---

## ニ

二次形状関数	23
二次要素	23
入射角	33, 39, 40
入射境界	32
入射パルス	21, 27, 49, 51, 72, 78, 82
入力電力	49

## ハ

媒質内波長	38
波数	32
パッチアンテナ	3
パレート解	78
パレート面	74
反射係数	49, 80, 84
反射電力	49
反射電力量	72
半値幅	49, 78, 82
バンド構造	3

## ヒ

非線形計画問題	17, 18
非線形制約条件	18
比誘電率	23, 52, 70
評価領域	27
表面力	72

## フ

フィルタリング手法	20
フォトリソグラフィ	3, 31
フォトリソバンドギャップ	31, 39
物性テンソル	10
物体力	71
不等号制約条件	19
部分積分	28
フローチャート	51
プローブ	48
分極	23

<hr/>	
ヘ	
平均コンプライアンス	72
平面波	33
冪乗関数	11
ベクトル解析	3
ペナルティ	12, 51, 74, 78
ペナルティ関数	19
ペナルティ項	19
ペナルティ法	19
ペリメータコントロール	20, 21
変位	72
変位拘束	71
<hr/>	
ホ	
放射	48
放射効率	49
放射電力	49
放射電力量	48
補間	26
補間関数	11
ボロノイ図形	12
<hr/>	
マ	
マイクロストラクチャ	9, 19, 20, 39, 70
マイクロストリップアンテナ	47
マクロスケール	22
マルチバンドアンテナ	78
<hr/>	
ミ	
ミクロスケール	22
密度関数	11
密度法	11, 21
<hr/>	
ム	
ムーブリミット	18, 19
無限地板	71
<hr/>	
メ	
メタマテリアル	31
メッシュモデル	76
<hr/>	
モ	
目的関数	51, 72, 74

<hr/>	
ユ	
有限差分格子	26
有限要素法	23, 32, 36, 47
誘電体共振器	51
誘電体共振器アンテナ	21, 47
誘電体ミラー	39
誘電率	23, 25, 33, 48, 70, 71
誘電率テンソル	48, 70
ユニットセル	10, 70
<hr/>	
ヨ	
要素分割	23
要素ベース	14, 38
陽的ペナルティ法	20
<hr/>	
ラ	
ラグランジアン	19
<hr/>	
リ	
離形性	73
離散座標	26
離散時間	26
<hr/>	
レ	
レベルセット	3